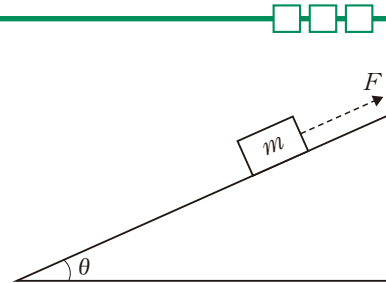


1 力学

例題 1

図のように、傾角を自由に変えることのできる斜面があり、質量 m の物体が置かれている。

物体と斜面の間の静止摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g として、以下の問いに答えよ。



- I $\theta = \theta_0$ のとき、物体は斜面上に静止していた。
- 物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさと静止摩擦力の大きさを求めよ。
- II $\theta = \theta_1$ を越えたとき、物体は斜面を下向きに滑り出した。
- μ を θ_1 を用いて表せ。
- III $\theta = \theta_2$ ($> \theta_1$) のとき、図のように、斜面に平行な力(大きさ F)を加えて静止させ、静止状態を保ったまま力の大きさを変化させた。
- 力の大きさを $F = F_1$ より小さくすると、物体は斜面を滑り降りた。 F_1 を求めよ。
 - 力の大きさを $F = F_2$ より大きくすると、物体は斜面を上った。 F_2 を求めよ。

解答

- (1) 物体にはたらく力は右図のようになり、力のつり合い

$$N - mg \cos \theta_0 = 0, \quad f - mg \sin \theta_0 = 0$$

より、

$$N = mg \cos \theta_0, \quad f = mg \sin \theta_0$$

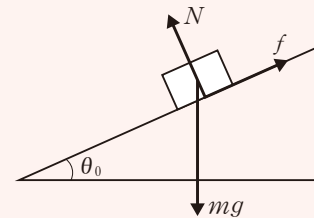
- (2) 物体が滑り出さない条件は

$$(\text{静止摩擦力の大きさ}) \leq (\text{最大摩擦力の大きさ})$$

であるから、滑り出さない θ_0 のとき

$$mg \sin \theta_0 \leq \mu mg \cos \theta_0$$

となる。これより、



滑り出さない θ_0 の条件は

$$\tan \theta_0 \leq \mu$$

よって、

$$\mu = \tan \theta_1$$

- (3), (4) 物体にはたらく力は右図。

f は逆向きにはたらくとき、負とする。力のつり合いより、

$$N = mg \cos \theta_2, \quad f = mg \sin \theta_2 - F$$

滑り出さない条件

$$|f| \leq \mu N$$

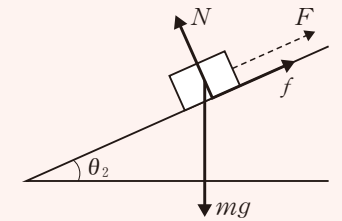
に代入して

$$\begin{aligned} |mg \sin \theta_2 - F| &\leq \mu mg \cos \theta_2 \\ -\mu mg \cos \theta_2 &\leq mg \sin \theta_2 - F \leq \mu mg \cos \theta_2 \\ mg(\sin \theta_2 - \mu \cos \theta_2) &\leq F \leq mg(\sin \theta_2 + \mu \cos \theta_2) \end{aligned}$$

したがって、

$$F_1 = mg(\sin \theta_2 - \mu \cos \theta_2)$$

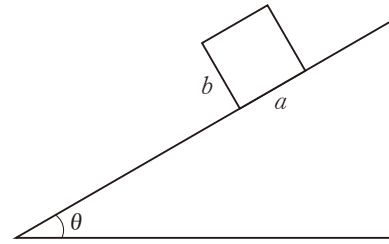
$$F_2 = mg(\sin \theta_2 + \mu \cos \theta_2)$$



例題 2

図のように、斜面上に質量 m の直方体が置かれている。直方体の底辺の長さは a 、高さは b である。斜面の傾きを大きくしていったところ傾角が θ_0 を越えたときに直方体は滑らずに倒れた。

静止摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g として、以下の問いに答えよ。



- (1) 傾角 θ_0 のときに滑り出さない条件を μ 、 θ_0 で求めよ。
- (2) 傾角 θ_0 のとき直方体は倒れる直前である。 $\tan\theta_0$ を求めよ。
- (3) 直方体が滑り出す前に倒れる条件を求めよ。

解答

- (1) 力のつり合いより、

$$N = mg \cos\theta, \quad f = mg \sin\theta$$

滑り出さない条件は $f \leq \mu N$ より、

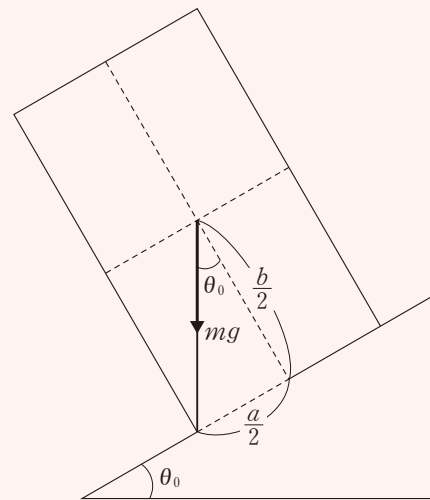
$$mg \sin\theta \leq \mu mg \cos\theta$$

よって、

$$\tan\theta_0 \leq \mu$$

- (2) 倒れる直前では、重力の作用線が直方体の左下角を通る。したがって、右図より、

$$\tan\theta_0 = \frac{a}{b}$$



- (3) (1), (2)より、角 θ で滑り出さない条件は

$$\tan\theta \leq \mu \quad \dots\dots ①$$

倒れない条件は

$$\tan\theta \leq \frac{a}{b} \quad \dots\dots ②$$

- ①, ②より、滑り出す前に倒れるのは

$$\mu > \frac{a}{b}$$

のときである。