

2017年度 東京大学 前期 地学

第1問 恒星

出題範囲	恒星
難易度	★★☆☆☆
所要時間	20分
傾向と対策	重力波と系外惑星という最近話題のテーマを扱った問題となっており、興味を抱きながら解き始められたのではないだろうか。しかし問1はやや煩雑な計算が多く、手強かったかもしれない。問題で与えられた条件を見落とすことなく、しっかりと計算しよう。一方、問2の計算問題はより単純で、さほど苦勞することはなかったかと思う。着実に得点したい。生命が存在する可能性のある太陽系の衛星は、やや盲点だっただろうか。

解答

問1 (1) 連星間の距離を a [km]とすると、

$$\frac{a}{2} \cdot \frac{2\pi}{0.01\text{s}} = (3 \times 10^8 \text{m/s}) \times 0.4$$

$$\therefore a = \frac{0.01\text{s} \times (3 \times 10^8 \text{m/s}) \times 0.4}{\pi} = 3.8 \dots \times 10^2 \text{km} = 4 \times 10^2 \text{km}$$

(2) ケプラーの第3法則より、ブラックホールの質量を M 、公転周期を T とすると、

$$\frac{a^3/T^2}{(1\text{AU})^3/(1\text{年})^2} = 1 \times \frac{M+M}{M_{\odot}}$$

であるから、

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \frac{1}{2} \times \frac{\left(\frac{3.8 \times 10^2 \text{km}}{2 \times 10^8 \text{km}}\right)^3}{\left(\frac{0.01\text{s}}{3 \times 10^7 \text{s}}\right)^2} \approx 3 \times 10^1$$

$$\therefore M = 3 \times 10^1 M_{\odot}$$

(3) 銀河のハローに散在する球状星団内で形成され、誕生時は重元素の少ない古い星である種族IIの星であったと考えられる。

$$(4) \quad a_0 = (C - At_0)^{\frac{1}{4}}$$

$$0 = (C - At_m)^{\frac{1}{4}}$$

の2式が成り立ち、これらを連立して計算すると、

$$t_m - t_0 = \frac{a_0^4}{A}$$

(5) 宇宙年齢： 1×10^{10} 年

$t_m - t_0$ の取りうる最大値は宇宙年齢だから、上記の値を(4)の左辺に代入し、 $A = 3 \times 10^{24} [\text{m}^4/\text{s}]$,

$a_0 = a_{\text{max}}$ として計算すると、

$$a_{max} = (1 \times 10^{10} \times 3 \times 10^7 \times 3 \times 10^{24})^{\frac{1}{4}} \approx 3 \times 10^{10} \text{m}$$

これは約0.2AUで、太陽と水星の距離に近い値である。

- 問 2 (1) 公転周期が短いものほど中心星から近く、減光は惑星半径の 2 乗に比例するから順に 2 倍、5 倍、4 倍となる。
- (2) 惑星の半径を R とおくと、惑星の温度が T_{ice} のときエネルギー収支がつり合うことから

$$\frac{cM^4}{4\pi a_{ice}^2} \times (1 - A) \times \pi R^2 = \sigma T_{ice}^4 \times 4\pi R^2$$

整理して、

$$a_{ice} = \frac{M^2}{4T_{ice}^2} \sqrt{\frac{c(1-A)}{\pi\sigma}}$$

- (3) 恒星の寿命は質量の 3 乗に比例することになるので、

$$\left(\frac{100}{3}\right)^{1/3} \times M_{\odot} \approx 3M_{\odot}$$

- (4) 例[1] エウロパ

理由: 木星の重力が引き起こす潮汐によって岩石核が周期的に変形し熱を発生することにより、表面の氷の下に液体の水が存在しているため。

- 例[2] エンケラドゥス

理由: 土星の重力が及ぼす潮汐力などによる地熱によって、氷の大地の下に液体の水が存在しているため。

解説

問 1

- (1) 難易度: ★★★★★

連星間の距離を a [km] とすると、質量の等しい 2 天体の重心はこれらを結ぶ線分の中点にあるから、2 つのブラックホールはこの点を中心とする半径 $a/2$ の円軌道上を公転している。回転の角速度が $2\pi/0.01$ [rad/s] であり、円運動における速度 v は軌道半径 $a/2$ と角速度 $\omega (= 2\pi/0.01\text{s})$ の積で表せ、これは光速の 0.4 倍であることより

$$v = \frac{a}{2} \cdot \omega = \frac{a}{2} \cdot \frac{2\pi}{0.01\text{s}} = (3 \times 10^8 \text{m/s}) \times 0.4$$

$$\therefore a = \frac{0.01\text{s} \times (3 \times 10^8 \text{m/s}) \times 0.4}{\pi} = 3.8 \dots \times 10^2 \text{km} = 4 \times 10^2 \text{km}$$

- (2) 難易度: ★★★★★

ケプラーの第 3 法則より、ブラックホールの質量を M 、公転周期を T とすると、

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M+M)}{4\pi^2} \quad \dots \textcircled{1}$$

地球と太陽の場合は、

$$\frac{(1\text{AU})^3}{(1\text{年})^2} = \frac{G(M_{\odot} + m_{\oplus})}{4\pi^2} \doteq \frac{GM_{\odot}}{4\pi^2} \quad \dots \textcircled{2}$$

①を②で割って

$$\frac{\left(\frac{a}{1\text{AU}}\right)^3}{\left(\frac{T}{1\text{年}}\right)^2} = 1 \times \frac{2M}{M_{\odot}}$$

であるから、 $\frac{M}{M_{\odot}}$ の値は

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \frac{1}{2} \times \frac{\left(\frac{3.8 \times 10^2 \text{km}}{2 \times 10^8 \text{km}}\right)^3}{\left(\frac{0.01 \text{s}}{3 \times 10^7 \text{s}}\right)^2} = \frac{1}{2} \times (1.9 \times 10^{-6})^3 \times (3 \times 10^9)^{-2} \doteq 3 \times 10^1$$

$$\therefore M = 3 \times 10^1 M_{\odot}$$

ケプラーの法則が成り立つということは万有引力と遠心力のつり合いが成り立つのでこれを用いて求めてもよい(ケプラーの法則はこのつり合いから求めることができる。このことは下の Check!! を参照してもらいたい)。以下にその解答例を示す。この場合もケプラーの法則から求めるのと意味的にはまったく同じである。

別解

2つのブラックホールの共通重心は質量が等しいことより両者のちょうど中点となるため、この点を中心として半径は $a/2$ の円運動をしているので、遠心力と万有引力とのつり合いから

$$M \frac{a}{2} \omega^2 = M \frac{a}{2} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{GM^2}{a^2} \quad \therefore \frac{1}{2} \times \frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

地球(質量 m_{\oplus} , 軌道半径 a_{\oplus} , 公転周期 T_{\oplus})に対しては、 $M_{\odot} \gg m_{\oplus}$ であり離心率が小さいことから太陽を中心とする円軌道とみなせて、

$$m_{\oplus} a_{\oplus} \left(\frac{2\pi}{T_{\oplus}}\right)^2 = \frac{GM_{\odot} m_{\oplus}}{a_{\oplus}^2} \quad \therefore \frac{a_{\oplus}^3}{T_{\oplus}^2} = \frac{GM_{\odot}}{4\pi^2}$$

したがって、

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \frac{1}{2} \times \frac{\left(\frac{3.8 \times 10^2 \text{km}}{2 \times 10^8 \text{km}}\right)^3}{\left(\frac{0.01 \text{s}}{3 \times 10^7 \text{s}}\right)^2} \doteq 3 \times 10^1$$

$$\therefore M = 3 \times 10^1 M_{\odot}$$

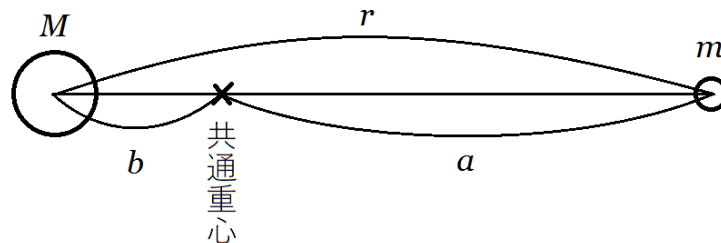
と求められる。

◆Check!! ケプラーの第3法則(調和の法則)の導出

「惑星 - 太陽間の平均距離の3乗と惑星の公転周期の2乗の比は、同じ惑星系の中ならどの惑星でも一定である。」

まず、太陽 - 惑星間距離を r 、惑星の公転角速度を ω 、公転周期を T 、重力定数を G 、太陽質量を M 、惑星の質量を m とする。

まず、下図のように、太陽と惑星の共通重心を考えると、共通重心までの距離の比は質量の逆比となる。つまり、 $a:b = M:m$ となり、 $a = \frac{M}{M+m}r$ となる。



ここで、万有引力と遠心力のつりあいを考えると、

$$ma\omega^2 = \frac{GMm}{r^2}$$

が成立しており、ここに $a = \frac{M}{M+m}r$ を代入し、また、 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ であるから、

$$\frac{4\pi^2 Mmr}{(M+m)T^2} = \frac{GMm}{r^3}$$

両辺を Mm で割って整理すると、

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G(M+m)}{4\pi^2}$$

となる。

太陽系においては $M \gg m$ だから、 $M+m$ は M で近似できる。こうした近似により同じ惑星系ならどの惑星でも右辺は一定とみなせる。こうして第 3 法則は導かれた。また、太陽系においては、 r の単位を AU、 T の単位を年にしたら、右辺の値は 1 となる。

(3) 難易度：★★★★☆

恒星の種族について復習しておこう。

- ・種族 I の星：新しい⇒重元素が多い、銀河のディスク(円盤部)に多く存在する散開星団に多い
- ・種族 II の星：古い⇒重元素が少ない、銀河のハローに多く存在する球状星団に多い

「今回のブラックホール連星は重元素の少ない連星が進化した可能性が高い」との記述から、種族 II の星から進化したと判断し「球状星団」「ハロー」「種族 II」の 3 語を用いてまとめる。

解答例

銀河のハローに散在する球状星団内で形成され、誕生時は重元素の少ない古い星である種族 II の星であったと考えられる。

(4) 難易度：★★★★☆

与えられた式に代入すればよい。時刻 $t = t_0$ で $a = a_0$ 、合体が起こるときは時刻 $t = t_m$ で $a = 0$ だから、

$$a(t_0) = a_0 = (C - At_0)^{\frac{1}{4}}$$

$$a(t_m) = 0 = (C - At_m)^{\frac{1}{4}}$$

の 2 式が成り立ち、これらを両辺 4 乗して連立して計算すると、

$$t_m - t_0 = \frac{a_0^4}{A}$$

(5) 難易度：★★★★☆

現在の宇宙年齢は、約 138 億年 = 1×10^{10} 年である。

(4) で用いた式において、観測された重力波はブラックホールの合体で発生したものであるから重力波の発生時が $t = t_m$ であり、この時 $a = 0$ である。連星誕生時の時刻を $t = t_0$ 、距離を $a = a_0$ とすると $t_m - t_0$ が最大値、つまり宇宙年齢のときに $a_0 = a_{max}$ である。(4) で求めた式を変形すると、

$$a_0 = (A(t_m - t_0))^{\frac{1}{4}}$$

であるから、 $A = 3 \times 10^{24} [\text{m}^4/\text{s}]$ 、 $t_m - t_0 = 1 \times 10^{10} [\text{年}]$ 、 $a_0 = a_{max}$ を代入して計算すると、

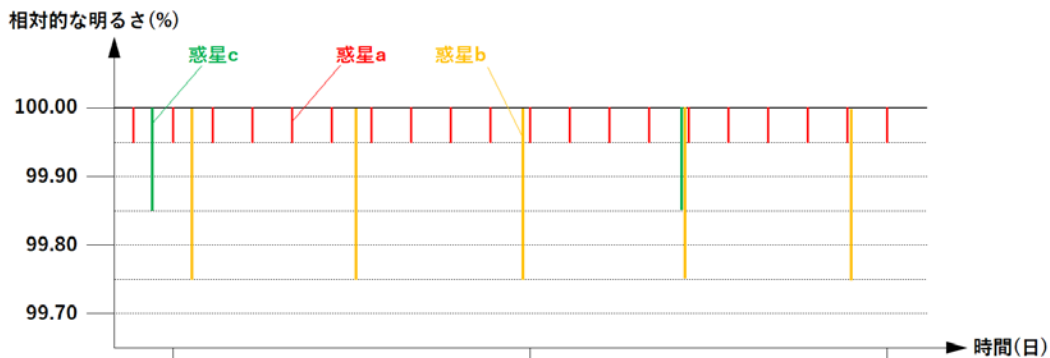
$$a_{max} = (1 \times 10^{10} \times 3 \times 10^7 \times 3 \times 10^{24})^{\frac{1}{4}} \approx 3 \times 10^{10} \text{m}$$

1AU = $1.5 \times 10^{11} \text{m}$ であるから $a_{max} \approx 0.2 \text{AU}$ で、太陽と水星の距離(0.3~0.5AU)が近い値である。金星と地球の最接近時の距離($\approx 0.3 \text{AU}$)を挙げてもよいだろう。

問 2

(1) 難易度：★★★★☆

3 つの惑星それぞれが軌道を 1 周する毎に恒星面通過による減光が起きる。問 1(2) でも見たように、ケプラーの第 3 法則より、中心星を同じくする惑星系では (軌道長半径)³ / (公転周期)² = 一定 が成り立ち、したがって公転周期が短いものほど軌道長半径が短いので、中心の恒星から近い順に下の図で惑星 a, b, c となる。恒星と惑星は地球から十分遠く恒星からの光は平行光線とみなしてよいので、半径 R の惑星が光を遮る範囲の大きさは πR^2 である。よって、減光は惑星半径の 2 乗に比例する。惑星 a の減光は恒星の明るさの 0.05% で 1 地球半径の惑



問題図 1

星による減光の5(≒ 2²)倍, 惑星 b は0.25%で25(≒ 5²)倍, 惑星 c は0.15%で15(≒ 4²)倍の減光なので, 半径は順に1地球半径(R_E)の2倍, 5倍, 4倍となる。

(2) 難易度: ★★★★★

恒星の放出する全エネルギー(光度)は $L = cM^4$ であり, これが等方的に(恒星を中心とするある半径の球面について均等に)放射されるので, 軌道半径 a_{ice} の惑星が大気の上面で受け取る光線に垂直な単位時間・単位面積当たりのエネルギーは

$$\frac{L}{4\pi a_{ice}^2} = \frac{cM^4}{4\pi a_{ice}^2}$$

であり, この $(1 - A)$ 倍が吸収される。惑星全体では, 惑星の断面積に応じたエネルギーを受け取ることになる。

一方, 温度 T_{ice} の物体が放出する単位時間・単位面積当たりの放射エネルギーは, シュテファン・ボルツマンの法則より, $E = \sigma T_{ice}^4$ であるから, 惑星の半径を R とすると, エネルギー収支のつり合いの観点から以下の式が成り立つ。

$$\frac{cM^4}{4\pi a_{ice}^2} \times (1 - A) \times \pi R^2 = \sigma T_{ice}^4 \times 4\pi R^2$$

これを整理して,

$$\begin{aligned} \frac{cM^4}{4\pi a_{ice}^2} \times (1 - A) &= 4\sigma T_{ice}^4 \\ a_{ice} &= \frac{M^2}{4T_{ice}^2} \sqrt{\frac{c(1 - A)}{\pi\sigma}} \end{aligned}$$

(3) 難易度: ★★★★★

水素の消費速度は光度 $L = cM^4$ に比例するので,

$$\text{寿命} \propto \frac{\text{水素量の初期値}}{\text{水素の消費速度}} \propto \frac{M}{M^4} = M^{-3}$$

より, 生命が誕生するには恒星の寿命は最低3億年必要のため,

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \frac{(\text{太陽の寿命})^{\frac{1}{3}}}{(\text{恒星の寿命})^{\frac{1}{3}}} \leq \left(\frac{100 \text{ 億年}}{3 \text{ 億年}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

が成り立つ。したがって, 生命が誕生しうる最も重い恒星の質量を M_{max} とすると,

$$M_{max} = \left(\frac{100}{3} \right)^{\frac{1}{3}} \times M_{\odot} \approx 3M_{\odot}$$

(4) 難易度: ★★★★★

土星の衛星エンケラドゥスや木星の衛星エウロパは, ハビタブルゾーンの外にありながら液体の水が存在する可能性が高く, エンケラドゥスでは実際に水が噴き出す様子が観察されている。また, 生命活動に必須な化学物

質(炭素や水素, 酸素, 窒素, 硫黄, リンなど)が存在する可能性も高いとみられている。

「ハビタブルゾーンの外で生命が生きられる環境をもつには少ない太陽放射を補うエネルギー源や高い温度での平衡状態を実現するメカニズムが必要だ」と考えれば, 潮汐力による地熱や温室効果に思い至るだろう。そこまでくれば, 仮に生命が存在する可能性がある理由がわからなくても推察できる。いずれにせよ日頃から関心をもっていることが求められる問題であった。

解答例 1

エウロパ

理由: 木星の重力が引き起こす潮汐によって岩石核が周期的に変形し熱を発することにより, 表面の氷の下に液体の水が存在しているため。

解答例 2

エンケラドゥス

理由: 土星の重力が及ぼす潮汐力などによる地熱によって, 氷の大地の下に液体の水が存在しているため。

◆Column 重力波の検出

問題文にあるとおり, 2016 年 2 月 11 日, 米国を中心とした国際研究チーム LIGO が世界初となる重力波直接検出に成功したと発表した。重力波の検出は受験物理でもおなじみ「マイケルソン干渉計」の原理を用いている。光がゆがんだ空間に沿って進むことを利用し, 位相のズレを干渉縞で検出する。重力波は軸対称でない質量の運動により発生し, 大きな質量であるほど空間の歪みは大きいため, ブラックホール連星の運動は格好の対象であり, 多くの研究者が注目してきた。

アインシュタインの一般性理論の発表からおおよそ 100 年経った今ようやく検出にたどり着いたことは, 研究者のみならず多くの人の関心の的となった。今後も更なるデータが得られれば一般相対性理論の検証など多くの成果が期待できる。宇宙“重力波”背景放射のようなものが見つかれば, 初期の宇宙についても新たな事実が解明されるかもしれない。

問 2 でも地球外生命を取り上げるなど, 東大地学では時事を背景に考えさせる問題もしばしば出題される。地球・宇宙科学的なニュースには常に関心をもっておきたいところだ。

(奥井晴香, 笠見京平, 芝田力, 西山学)

2017年度 東京大学 前期 地学

第2問 大気の熱収支/熱帯低気圧

出題範囲	地球の熱平衡/温室効果/台風
難易度	★★★☆☆
所要時間	18分
傾向と対策	前半では熱収支についての問題、後半では台風についての問題となっており関連性がないので2つの異なる問いとして捉えるべきであろう。問1は熱収支に関する基本的な問題であり、計算が多いため大変ではあるが落ち着いて取り組めば必ず得点することができるであろう。問2は台風についての問題であり、(3)以外は頻出事項なので確実に取りたい。(3)はエクマン吹送流を連想することができたかどうかがかぎとなる。日頃から気象現象に意識を向けておくとよいだろう。

解答

問1 (1) 温室効果

(2) ア : $100 - (9 + 12 + 57) = 100 - 78 = 22$

イ : $(57 + 95) - (102 + 30) = 152 - 132 = 20$

ウ : $(114 + 30) - 95 = 144 - 95 = 49$

アルベド : $\frac{9+22}{100} = 0.31$

(3) 図2-1の値を用いると、

$$340 \times \frac{-(20 + 102 - (57 + 95))}{100} = 340 \times \frac{30}{100} = 102 \approx 1.0 \times 10^2 \text{W/m}^2$$

(4) (3)で求めた値を用いて、

$$\frac{1.02 \times 10^2 \times 8.6 \times 10^4}{1.0 \times 10^3 \times \frac{1.0 \times 10^3 \times 10^2}{10}} = 0.877 \dots \approx 8.8 \times 10^{-1} \text{K}$$

(5) 地球が受ける短波放射は 340W/m^2 なので、

$$\frac{2.5 \times 10^6 \times 1.0 \times 10^3 \times 10^{-3} \times 1.0 \times 10^3}{340 \times 3.2 \times 10^7} \times 100 = 22.97 \dots \approx 23\%$$

$$\frac{23.0}{30 - 23.0} = 3.28 \dots \approx 3.3 \text{倍}$$

問2 (1) 高緯度側: 海水温が低いため水蒸気供給量が少なくエネルギー源となる潜熱が十分得られないから。

赤道付近: 赤道付近では渦を形成するのに必要なコリオリ力が十分にはたらかないから。

(2) 単位の整合性から、

$$\text{m} \cdot \text{s}^{-1} = \text{m}^\alpha \cdot (\text{m}^\beta \cdot \text{s}^{-2\beta})$$

よって、 $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$

これに実際の値を代入して

$$V = 0.40 \times (2.5 \times 10^2 \text{m})^{0.5} \times (10 \text{m/s})^{0.5} = 2.0 \times 10 \text{m/s}$$

- (3) 台風の反時計回りの風による吹送流と流れの方向の垂直右向きに加わるコリオリ力により海洋表層では台風の外側へとエクマン吹送流が生じ、これを補うように冷たい湧昇流が生じるため海水温が下がる。その結果、蒸発が弱くなり水蒸気の供給量が少なくなるので潜熱の供給が抑えられ、台風は弱体化する。

- (4) 海面上昇の高さを $d[\text{m}]$ とすると、

$$1.0 \times 10^3 \times d \times 10 = (1013 - 950) \times 10^2$$

$$d = 6.3 \times 10^{-1} \text{m}$$

- (5) 湾内では、台風の進行方向前方に吹く南東風によって海水にはたらく湾口から湾奥への摩擦力と湾奥から湾口への圧力傾度力が釣り合っている。したがって、水位は湾奥で高くなる。

解説

問 1

- (1) 難易度:★★★★☆

地球大気に含まれている二酸化炭素やメタン、水蒸気などは地表面からの長波放射を吸収して再放射をするはたらきをもっており、これを温室効果という。また、温室効果をもつガスのことを温室効果ガスという。

温室効果ガスは地球温暖化の一因として取りあげられることが多く、環境問題においてこのガスの放出量の減少の必要性が叫ばれていることもあるが、同時に温室効果ガスは地球が現在のような気候になるために必須なものである。もし仮に地球上に温室効果ガスがなかったならば、地球表面の平均温度は -19°C 程度であったらう。

よって、解答は**温室効果**

- (2) 難易度:★★★★☆

大気の上端、地表面ではエネルギー収支がつり合っているため、収入と支出の差は 0 である。大気圏もまた熱平衡の状態にあることからエネルギー収支はつり合っており、収入と支出の差は 0 である。

大気の上端に着目すると、

$$9 + \text{ア} + 12 + 57 - 100 = 0$$

$$\text{ア} = 100 - (9 + 12 + 57) = 100 - 78 = \mathbf{22}$$

大気圏に着目すると、

$$\text{イ} + 102 + 30 - 57 - 95 = 0$$

$$\text{イ} = (57 + 95) - (102 + 30) = 152 - 132 = \mathbf{20}$$

地表面に着目すると、

$$ウ + 95 - 114 - 30 = 0$$

$$ウ = (114 + 30) - 95 = 144 - 95 = 49$$

アルベドは、入射したエネルギーのうちどれだけ反射されたかという割合のことなので、入射エネルギー100に対し、反射されたエネルギーは地表面で9、大気で22であるため

$$\frac{9 + 22}{100} = 0.31$$

(3) 難易度:★★★★☆

短波・長波放射における大気圏での熱収支を考えると、図 2-1 より、その相対値は

$$20 + 102 - (57 + 95) = -30$$

相対値 100 に対応する熱輸送の大きさが 340W/m^2 なので、大気が失うエネルギーは

$$340 \times \frac{30}{100} = 102 \approx 1.0 \times 10^2 \text{W/m}^2$$

(4) 難易度:★★★★☆

地表面気圧とは、大気の上端から下端までの気塊が重力によって地球表面に及ぼす圧力である。地球の表面積を $S[\text{m}^2]$ とする。この時、地球大気全体の質量 $m[\text{kg}]$ は、地表面気圧が $P = 1.0 \times 10^3 \text{hPa} = 1.0 \times 10^5 \text{Pa}$ であるため、重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$ を用いると、

$$m = \frac{PS}{g} = \frac{1.0 \times 10^5 \times S}{10} = (1.0 \times 10^4 \times S)\text{kg}$$

また、(3)で単位時間・単位面積あたりに大気が失うエネルギー量を求めたので、大気が1日あたりに失うエネルギー量は、

$$1.02 \times 10^2 \times S \times 8.6 \times 10^4 = (8.772 \times 10^6 \times S)\text{J}$$

地球大気の定圧比熱が $1.0 \times 10^3 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ である。1日あたりの大気の気温低下率を $\Delta T[\text{K}]$ とすると、 ΔT は以下のように計算できる。 ΔE は失うエネルギー量、 m は大気の質量、 C_p は定圧比熱として、

$$\Delta T = \frac{\Delta E}{mC_p}$$

この式にそれぞれ具体的な値を代入すると、

$$\Delta T = \frac{8.772 \times 10^6 \times S}{(1.0 \times 10^4 \times S) \times 1.0 \times 10^3} = 8.772 \times 10^{-1} \approx 8.8 \times 10^{-1} \text{K}$$

(5) 難易度:★★★★☆

年降水量は単位面積あたりの降水量と地球の表面積 S の積である。したがって、その体積は S を用いて、 $1.0 \times 10^3 \times 10^{-3} \times S = (1.0 \times S)\text{m}^3$ であり、年降水量と年蒸発量はつり合っているため、蒸発した水の量もまた $(1.0 \times S)\text{m}^3$ である。これだけの水が蒸発するのに必要な熱量は、単位質量の水を蒸発させるのに必要な熱量が

$2.5 \times 10^6 \text{J/kg}$ なので

$$(1.0 \times S) \times 1.0 \times 10^3 \times 2.5 \times 10^6 = (2.5 \times S \times 10^9) \text{J}$$

である。また、1年あたりの大気上端に入射する短波放射エネルギーによる熱輸送は、単位時間・単位面積に地球大気の上端へ入射する短波放射エネルギーが 340W/m^2 なので

$$340 \times S \times 3.2 \times 10^7 = (1.088 \times S \times 10^{10}) \text{J}$$

である。

したがって、この短波放射エネルギーに対する蒸発による熱輸送の相対値は、

$$\frac{2.5 \times S \times 10^9}{1.088 \times S \times 10^{10}} \times 100 = \frac{2.5}{10.88} \times 100 = 22.97 \dots \approx 23\%$$

さて、図2-1によると、蒸発と熱伝導による熱輸送の和の相対値が30であるので、蒸発による熱輸送が熱伝導による熱輸送の何倍であるかは以下のように求められる。

$$\frac{23.0}{30 - 23.0} = 3.28 \dots \approx 3.3 \text{倍}$$

問2

(1) 難易度:★★★★☆

熱帯低気圧は水蒸気が凝結する際の潜熱をエネルギー源として発達する、渦を伴った低気圧である。したがって、大量の水蒸気が供給される地域、つまり低緯度で海面水温の高い海域で多く発生する。そのため、海水温が低いために水蒸気の供給量が少ない高緯度側ではあまり発生しない。

また渦を形成するためにはその場所で十分なコリオリ力を受けられなければならない。単位体積の空気のはたらくコリオリ力の大きさ f は風速を v 、空気の密度を ρ 、地球の自転の角速度を ω 、緯度を φ とすると、 $f = 2\rho\omega v \sin\varphi$ で表される。このようにコリオリ力は緯度の正弦に比例した大きさをもつため、赤道付近では小さすぎるために渦を形成することができず、熱帯低気圧があまり発生しない。

図2-2をみると、確かに熱帯低気圧はコリオリ力が十分に大きい緯度 10° よりも極側でかつ、海水温が 26°C 程度以上の場所で発生していると確認できる。

解答例

高緯度側：海水温が低いため水蒸気供給量が少なくエネルギー源となる潜熱が十分得られないから。

赤道付近：赤道付近では渦を形成するのに必要なコリオリ力が十分にはたらかないから。

(2) 難易度:★★★★☆

$V = 0.40\lambda^\alpha g^\beta$ という与式の両辺の単位はそれぞれ m/s と $(\text{m})^\alpha \cdot (\text{m/s}^2)^\beta$ である。両辺の単位の整合性から、

$$\text{m} \cdot \text{s}^{-1} = \text{m}^\alpha \cdot (\text{m}^\beta \cdot \text{s}^{-2\beta})$$

$$1 = \alpha + \beta, \quad -1 = -2\beta$$

である。これを解くと、 $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$ と求まる。これに実際の値を代入して

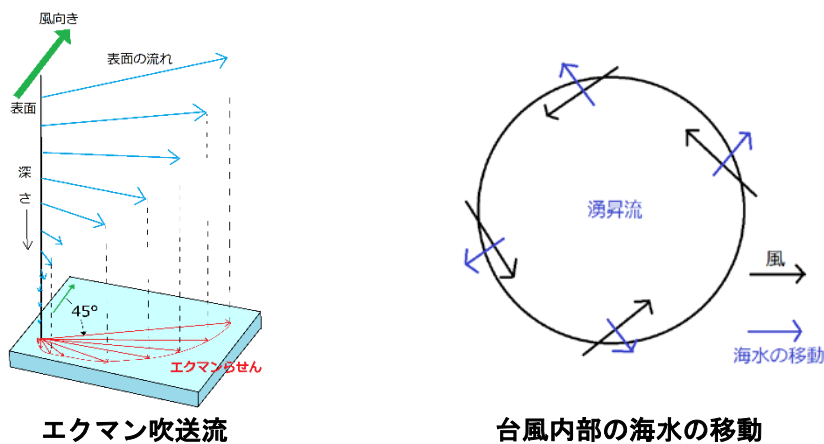
$$V = 0.40 \times (2.5 \times 10^2 \text{m})^{0.5} \times (10 \text{m/s})^{0.5} = 2.0 \times 10 \text{m/s}$$

このように単位の整合性から α, β を求める手法を次元解析という。この手法は検算にも使える手法であるので、使いこなせるようにしておくこと。

(3) 難易度:★★★★☆

台風が停滞しているため、台風のまわりでは一定の方向に風が流れ続けている。この風によって海水の表面は引きずられて吹送流をつくるが、コリオリ力がはたらくため風の向きから少し右側にそれる。その下層の海水もまた上の海水からの摩擦力とコリオリ力が生じるため、上の流れからまた右にそれた流れをつくる。このような海水の流れをエクマン吹送流という。エクマン吹送流によって運ばれる海水は全体の総和をとると風下に向かって垂直右向きである。したがって、台風の内側から外側に向かって海水が流れる。

内側から海水が流出すると、それを補うように深層から温度の低い湧昇流が生じる。温度が低いと蒸発が弱くなり、潜熱の供給が抑えられる。台風の主要なエネルギー源は潜熱であるため、潜熱の供給が抑えられると台風は弱体化する。



解答例

台風の反時計回りの風による吹送流と流れの方向の垂直右向きに加わるコリオリ力により海洋表層では台風の外側へとエクマン吹送流が生じ、これを補うように冷たい湧昇流が生じるため海水温が下がる。その結果、蒸発が弱くなり水蒸気の供給量が少なくなるので潜熱の供給が抑えられ、台風は弱体化する。

(4) 難易度:★★★★☆

問題文より、海面気圧の低下分と上昇した海水の重さの増加による圧力を比較すればよい。海面気圧の低下分は、

$$1013 - 950 = 63 \text{hPa} = 6.3 \times 10^3 \text{Pa}$$

海面上昇の高さを $d[\text{m}]$ とすると、海水の上昇した分で生じる圧力 P は、海水の密度 ρ が $1.0 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 、重力加

速度 g が 10m/s^2 なので,

$$P = \rho g d = 1.0 \times 10^3 \times 10 \times d = d \times 10^4 \text{Pa}$$

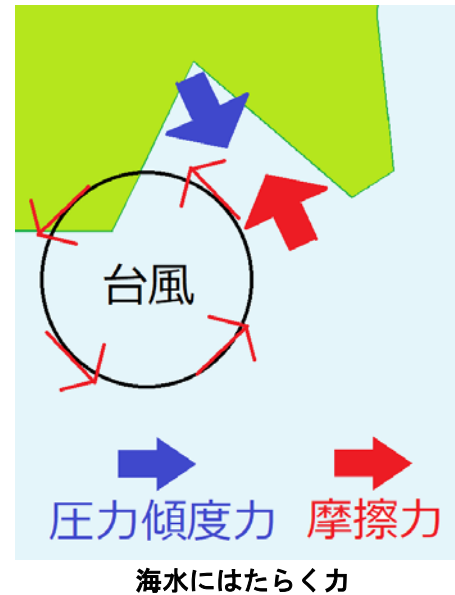
これらが相殺していると考えればよいので,

$$d \times 10^4 = 6.3 \times 10^3$$

$$d = 6.3 \times 10^{-1} \text{m}$$

(5) 難易度: ★★★★★

海水にどのような力がはたらいているのかについて考える。まずは台風風の摩擦力が加えられていると考えられる。台風は南西側から近づいており、反時計回りの渦を巻いているため、南東方向に開いている湾に対して南東風が発生している。したがって、台風風によって海水にはたらいている摩擦力は湾口から湾奥への摩擦力となる。海水に対してはたらいている力はもう 1 つあり、それは水位の違いによって生じている圧力傾度力である。摩擦力が湾口から湾奥に向かってはたらいているため、力が釣り合うために圧力傾度力は湾奥から湾口へはたらいていなければならない。圧力傾度力は水位の高いほうから低いほうに向かってはたらくため、したがって、湾奥の方が水位は高くなっているとわかる。



(4)による気圧低下や、(5)による吹き寄せによって湾奥の水位が高くなる現象を高潮という。高潮は台風により発生することが多い災害で、浸水被害などを引き起こすことがある。1959年に発生した台風15号(通称伊勢湾台風)では気圧低下や吹き寄せによって湾奥では3.5mにも達する高潮が観測されている。

解答例

湾内では、台風の進行方向前方に吹く南東風によって海水にはたらく湾口から湾奥への摩擦力と湾奥から湾口への圧力傾度力が釣り合っている。したがって、水位は湾奥で高くなる。

(坂井郁哉, 笠見京平, 辻有恒, 芝田力)

2017 年度 東京大学 前期 地学

第 3 問 地震波/地質構造

出題範囲	地震/鉱物/地球の内部構造
難易度	★★★★☆☆
所要時間	22 分
傾向と対策	問 1 は隕石落下による地震という目新しい問題だが、前半は地震の基礎的な問題である。後半は多少細かい考察が必要になるため、グラフを用いて丁寧に考える必要がある。問 2 は(2)などやや細かい知識が問われる問題があり、(5)の 4 行記述も考えると難易度は高めであっただろう。(3)、(4)の計算の問題を確実に押さえておきたい。細かい知識を頭に入れるだけでなく、それらの知識を駆使してどのようなことができるかを日頃から考えておくことが、このような応用問題への対策となる。

解答

問 1 (1) 大森公式の定数 k [km/s] は

$$k = \frac{6.4 \times 4.0}{6.4 - 4.0} = \frac{32}{3} \text{ km/s}$$

これを用いて観測点 1・2 までの距離 D_1 ・ D_2 を求めると、

$$D_1 = \frac{32}{3} \times 5.625 = 60 \text{ km}$$

$$D_2 = \frac{32}{3} \times 7.500 = 80 \text{ km}$$

(2) 三角形の相似を用いて、

$$x_0 = 60 \times \frac{3}{5} = 36 \text{ km}$$

$$y_0 = \pm 60 \times \frac{4}{5} = \pm 48 \text{ km}$$

隕石が衝突してから S 波が観測点 2 に達するまでにかかる時間は D_2 を S 波速度で割って、

$$80 \div 4.0 = 20 \text{ s}$$

S 波が観測点 2 に達した時刻より 20s 遅ればいいので、3 時 00 分 10 秒

(3) $0^\circ < \theta < 90^\circ$, $\varphi = 0^\circ$ であるから、隕石は北東から飛んできており、初動として与えられる動きは南西向きの動きである。よって、(b)

(4) P 波は縦波ゆえ、伝播経路に平行な成分しかもたないので、衝突地点の揺れの初動のベクトルの経路方向の成分を考えて、

$$-90^\circ < \varphi < 90^\circ \text{ のとき (b), } -180^\circ < \varphi < -90^\circ, 90^\circ < \varphi < 180^\circ \text{ のとき (c)}$$

(5) 観測点 1 での初動の向きは衝突地点の位置ベクトルに平行なので、初動の向きの組み合わせが(3)

の選択肢の(b)あるいは(c)のとき(i)の領域, (a)あるいは(d)のとき(ii)の領域にあると特定できる。

問 2 (1) ア : 花こう イ : K-Ar ウ : 紅柱石 エ : らん晶石 オ : 接触

(2) 開放ニコル : 黒雲母には多色性があるが, 長石にはない。(例[1])

直交ニコル : 黒雲母は鮮やかな干渉色が見られるが, 長石では干渉の度合いが低く灰色である。

(例[1])

開放ニコル : 黒雲母は茶褐色や黒褐色などと有色であるが, 長石は無色である。(例[2])

直交ニコル : 黒雲母は双晶を示さないが, 長石は示す。(例[2])

(3) $2.6 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}) \times \frac{100 \text{ K}}{200 \text{ m}} = 1.3 \text{ W}/\text{m}^2$

この値は平均的な大陸の地殻熱流量に比べて高く, 100 万年前以降の貫入岩体の冷却が十分進んでおらず内部に熱が蓄えられていることが原因と考えられる。

(4) 下限深度を $d[\text{km}]$ とする。

$$20^\circ\text{C} + 30\text{K}/\text{km} \times d = 400^\circ\text{C}$$

$$d = 12.6 \dots \approx 1.3 \times 10 \text{ km}$$

(5) 海嶺においては, マントル物質の部分熔融によって発生した玄武岩質マグマが海洋プレートの亀裂から湧出し, 急冷されたマグマの亀裂に海水が浸透することによって冷やされて海洋地殻が形成されていく。そのため, 浅部では水の沸騰曲線に近い温度分布, 深部では固体のマントル物質の直線的な温度分布がみられるから。

解説

問 1

(1) 難易度 : ★★☆☆☆

大森公式の定数 $k[\text{km}/\text{s}]$ は

$$k = \frac{6.4 \times 4.0}{6.4 - 4.0} = \frac{32}{3} \text{ km}/\text{s}$$

と求められる。これを用いて隕石衝突地点から観測点 1・2 までの距離 $D_1 \cdot D_2$ を求める。

観測点 1 での PS 時間は 5.625 秒, 観測点 2 での PS 時間は 7.500 秒なので, 大森公式より

$$D_1 = \frac{32}{3} \times 5.625 = \mathbf{60 \text{ km}}$$

$$D_2 = \frac{32}{3} \times 7.500 = \mathbf{80 \text{ km}}$$

◆Check!! 大森公式

ある地震について、震源から D [km]の地点で地震波の観測ができたとする。この観測地点での初期微動継続時間(PS 時間)を T [s], P 波の速さを V_p [km/s], S 波の速さを V_s [km/s]とおく。

すると、これらの間には

$$T = \left(\frac{D}{V_s} - \frac{D}{V_p} \right)$$

という式が成り立つ。これを D についての式に整理すると、

$$D = \frac{V_p V_s}{V_p - V_s} T$$

という式になる。 V_p, V_s を定数とみなせば、

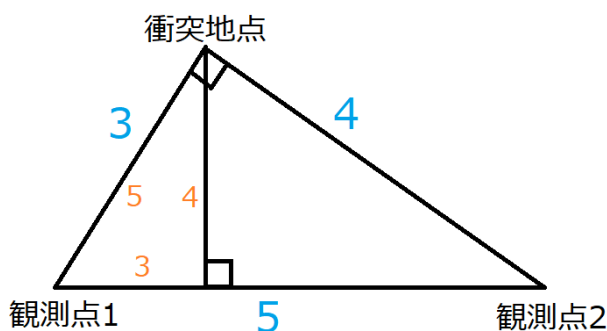
$$D = kT \quad \left(k = \frac{V_p V_s}{V_p - V_s} \right)$$

と表すことができる。つまり、震源距離は PS 時間に比例するということである。

この式のことを大森公式といい、式中の k を大森定数という。大森定数の値は場所ごとに変わるが一般に6~8km/sという値をとる。

(2) 難易度：★★★★☆

観測点 1・2 と衝突地点を頂点とした三角形を考える。この時、それぞれの地点間の距離は60km, 80km, 100km なので3辺の比は3:4:5 となることから、この三角形は直角三角形であるとわかる。



左図のように補助線を引いて衝突地点の座標を考える。

三角形の相似を用いると、

$$x_0 = 60 \times \frac{3}{5} = 36\text{km}$$

$$y_0 = \pm 60 \times \frac{4}{5} = \pm 48\text{km}$$

隕石が衝突してから S 波が観測点 2 に達するまでにかかる時間は D_2 を S 波速度で割って、

$$80 \div 4.0 = 20\text{s}$$

S 波が観測点 2 に達した時刻より 20s 遡ればいいので、**3 時 00 分 10 秒**

なお計算量は多くなるが相似に気付かずとも答えにたどり着くことはできる。

以下の連立方程式を解けばよい。

$$60^2 = x_0^2 + y_0^2$$

$$80^2 = (100 - x_0)^2 + y_0^2$$

これを解くと、確かに $x_0 = 36\text{km}$, $y_0 = \pm 48\text{km}$ と求まる。

(3) 難易度：★★★★☆

$0^\circ < \theta < 90^\circ$, $\varphi = 0^\circ$ であるから、隕石は北東から飛んできており、 θ 方向から原点に対しての押し波となる。したがって、初動として与えられる動きは南西向きの動きである。よって、(b)。

(4) 難易度：★★★★☆

P 波は縦波ゆえ、伝播経路に平行な成分しかもたない。つまり、隕石の初動の方向について成分を分解して、動径方向の成分に注目すると、その成分が P 波の初動を示してくれる。(下図参照)

(A) $-90^\circ < \varphi < 90^\circ$ のとき、

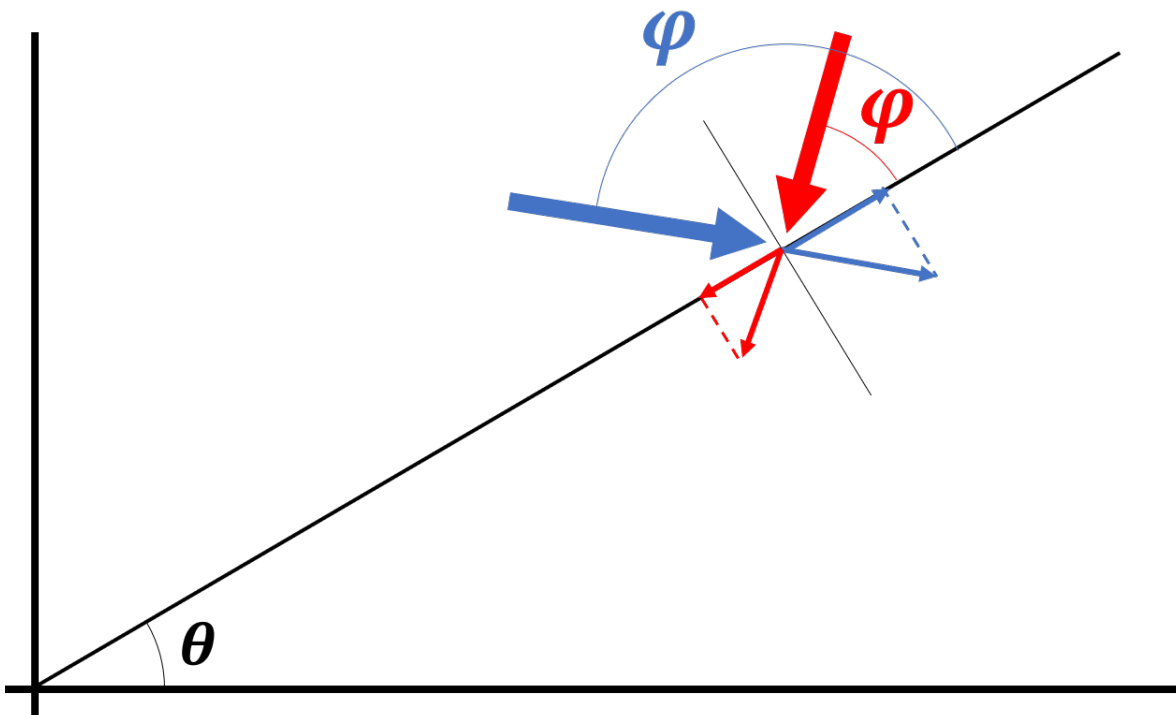
下図の赤矢印のように、 θ 方向から原点に対して押し波となるとわかるため、初動として与えられる動きは南西向きの動きである。よって、(b)。

(B) $-180^\circ < \varphi < -90^\circ, 90^\circ < \varphi < 180^\circ$ のとき、

下図の青矢印のように、 θ 方向から原点に対して引き波となるとわかるため、初動として与えられる動きは北東向きの動きである。よって、(c)。

以上をまとめると、

$-90^\circ < \varphi < 90^\circ$ のとき (b), $-180^\circ < \varphi < -90^\circ, 90^\circ < \varphi < 180^\circ$ のとき (c)



φ 方向からの隕石の初動の伝わり方

(5) 難易度：★★★★☆

(4)で考えたように、衝突地点が(i)の領域にある場合、 ϕ がどの値であっても、初動の向きの組み合わせが(3)の選択肢の(b)もしくは(c)となる。これに対して、衝突地点が(ii)の領域にある場合を考える。(4)と同様に考えると、初動は動径方向に平行に、押し波もしくは引き波を起こすので、初動の向きの組み合わせは(a)もしくは(d)となることがわかる。

したがって、 ϕ の値がわからずとも、初動の向きが(b)もしくは(c)であるならば衝突地点は(i)の領域、初動の向きが(a)もしくは(d)であるならば、衝突地点は(ii)の領域であると特定できる。

解答例

観測点1での初動の向きは衝突地点の位置ベクトルに平行なので、初動の向きの組み合わせが(3)の選択肢の(b)あるいは(c)のとき(i)の領域、(a)あるいは(d)のとき(ii)の領域にあると特定できる。

問2

(1) 難易度：★★★★☆

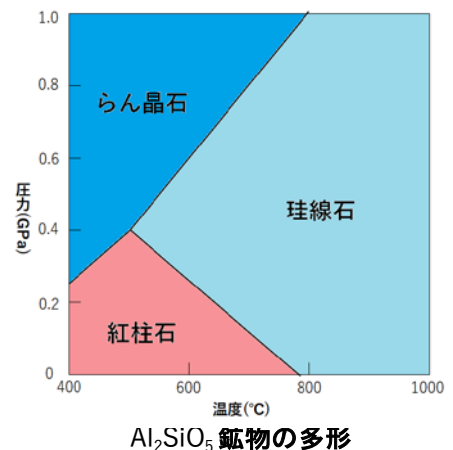
ア：花こう イ：K-Ar

深成岩の SiO_2 含有率が70%程度であることから、これが酸性岩であるとわかる。酸性岩の深成岩は花こう岩である。花こう岩は黒雲母や長石、石英を主な造岩鉱物としている。色指数はとても低く、白っぽい岩石である。また、花こう岩の造岩鉱物である黒雲母や長石(カリ長石)にはK元素が含まれており、そのため放射性同位体である ^{40}K を用いたK-Ar年代法で放射年代を求めることができる。これは ^{40}K の半減期を利用して岩石の形成年代を推測するという方法であり、数万年～数億年という比較的広い年代について有効である。

ウ：紅柱石 エ：らん晶石 オ：接触

Al_2SiO_5 鉱物の多形は紅柱石、らん晶石、珪線石である。右図の多形と圧力・温度関係のグラフを見ると、珪線石が晶出する温度はおよそ 500°C 以上である。図3-2を見ると、堆積岩に 500°C を超えている場所はないのでウ・エにあてはまるのは紅柱石とらん晶石である。

堆積岩の下部では貫入した深成岩からの熱によって変成作用を受けている。このような直接的な熱による変成作用を接触変成作用という。したがって、堆積岩は深部に高温の環境で晶出する紅柱石が見出され、浅部になるにつれて温度が下がってらん晶石が見出されるようになる。なお、圧力に関しては、浅いため影響はそれほどないと考えてよい。



以上より解答をまとめると、ア：花こう イ：K-Ar ウ：紅柱石 エ：らん晶石 オ：接触 となる。

(2) 難易度：★★★★☆

岩石の鉱物は、岩石薄片をつくり偏光顕微鏡を用いて観察することがある。偏光顕微鏡とは、すべての方向に振動している光のうち、特定の方向にのみ振動している光(偏光)を取り出した顕微鏡であり、偏光顕微鏡を用いると鉱物ごとに異なる特徴を示すため同定が容易となる。偏光顕微鏡では偏光板を一つ(下方ニコル)しか用いない開放ニコルと、偏光板を2つ使う(上方ニコルと下方ニコル)を用いる直交ニコルによる観察ができる。開放ニコルはおもに鉱物の屈折率や多色性、へき開、鉱物の色などを観察するときに用い、直交ニコルはおもに鉱物の干渉色や結晶の形、消光や双晶などを観察するときに用いる。以下の表で各鉱物の特徴を確認しておくこと。

鉱物名		有色鉱物				無色鉱物		
		かんらん石	輝石	角閃石	黒雲母	斜長石	カリ長石	石英
化学式		$(\text{Mg, Fe})_2\text{SiO}_4$	$(\text{Ca, Mg, Fe, Al, Ti})_2(\text{Si, Al})_2\text{O}_6$	$\text{Ca}_2(\text{Mg, Fe})_4\text{Al}(\text{AlSi}_7\text{O}_{22})(\text{OH})_2$	$\text{K}_2(\text{Fe, Mg})_6(\text{Al}_2\text{Si}_6)\text{O}_{20}(\text{OH})_4$	$\text{NaAlSi}_3\text{O}_8 - \text{CaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_8$	KAlSi_3O_8	SiO_2
SiO ₄ 四面体の作る構造		独立型	単鎖状	複鎖状	層状	3次元網目状		
開放ニコル	色	オリーブ色～褐色	暗緑色	緑黒色	黒褐色	白, 半～不透明	白, 半～不透明	白, 透明
	多色性	なし	弱い(淡緑～暗緑色)	あり(青緑～黄褐色)	強い(黄褐～黒褐色)	なし		
	岩石中での結晶の形	粒状	柱状	柱状	柱状	柱状	ほとんど他形	ほとんど他形
	へき開	弱く不規則	1~2方向	1~2方向	1方向	1~2方向	1~2方向	なし
直交ニコル	消光	直消光	直消光・斜消光	斜消光	直消光	斜・縞状・累帯状消光	直消光	ときに波状消光
	干渉色	鮮やかな色				白・灰・黒色など		
	双晶	なし	一部あり	あり	なし	あり	あり	なし

造岩鉱物表

解答例 1

開放ニコル：黒雲母には多色性があるが、長石にはない。

直交ニコル：黒雲母は鮮やかな干渉色が見られるが、長石では干渉の度合いが低く灰色である。

解答例 2

開放ニコル：黒雲母は茶褐色や黒褐色などと有色であるが、長石は無色である。

直交ニコル：黒雲母は双晶を示さないが、長石は示す。

(3) 難易度：★★★★☆

図 3-2 を読み取ると、深度3100mでの温度は400℃、深度 3300m での温度は500℃である。したがって、深度が200m深くなるにつれて温度は100K上昇している。地温勾配は、

$$\frac{100\text{K}}{200\text{m}} = 0.50\text{K/m}$$

である。地殻熱流量は熱伝導率と地温勾配の積で表されるので、求める地殻熱流量は、

$$2.6\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K}) \times 0.50\text{K}/\text{m} = 1.3\text{W}/\text{m}^2$$

である。平均的な大陸の地殻熱流量は約 $65\text{mW}/\text{m}^2$ なので、この値は圧倒的に大きい。地殻熱流量が大きい原因としてはいくつかの理由が考えられるが、深成岩体に熱が蓄えられているということがその中でも最も大きな要因であると考えられる。深成岩が堆積岩に対して接触変成作用を引き起こしていることから、この深成岩は貫入岩体であるとわかる。したがって、100万年前に固まる前には非常に高温であったと推測ができる。この貫入岩体が冷却されて深成岩になったという背景を考えると、その冷却が十分でない場合、内部はまだ熱をもっているために地殻熱流量が大きくなると考えられる。

解答例

この値は平均的な大陸の地殻熱流量に比べて高く、100万年前以降の貫入岩体の冷却が十分進んでおらず内部に熱が蓄えられていることが原因と考えられる。

(4) 難易度：★★★★☆

図3-2を読み取ると、深度3100mでの温度は 400°C である。したがって、温度が 400°C に達すると地震発生が抑制されると考える。そのため、標準的な地域において温度が 400°C になる深度(=下限深度)を求めればよい。下限深度を $d[\text{km}]$ とすると、地表面の温度は 20°C 、地温勾配は $30\text{K}/\text{km}$ なので、

$$20^\circ\text{C} + 30\text{K}/\text{km} \times d = 400^\circ\text{C}$$

$$d = 12.6 \dots \approx 1.3 \times 10\text{km}$$

(5) 難易度：★★★★☆

海嶺は拡大境界であり、ここではプルームの上昇に伴ってマントル物質にかかる圧力が減少し、部分熔融して玄武岩質マグマが形成される。このマグマが海洋プレートの亀裂から湧出し、海水によって冷やされることで海洋地殻は形成されている。したがって、浅部においてはこのマグマと海水によって蒸気を伴う熱水対流が発生する。一方で十分深いところでは、マントル物質が固体のままで存在しているため熱水対流は生じていない。以上の状況が図3-2の地域の状況と類似しているため、類似した温度構造をつくることになる。

解答例

海嶺においては、マントル物質の部分熔融によって発生した玄武岩質マグマが海洋プレートの亀裂から湧出し、急冷されたマグマの亀裂に海水が浸透することによって冷やされて海洋地殻が形成されていく。そのため、浅部では水の沸騰曲線に近い温度分布、深部では固体のマントル物質による直線的な温度分布がみられるから。

(坂井郁哉, 笠見京平, 芝田力, 西山学)