

平成30年度 大学入学共通テスト試行調査 数学IA【解答】

問題 番号	解答 記号	正解	配点	問題 番号	解答記号	正解	配点	
第 1 問	(あ)	(記述解答参照)	5	第 3 問	ア, イ, ウ	1, 2, 0	2	
	ア, イ	1, 4 (順不同)	3		エ, オ, カ	3, 4, 0	2	
	ウ	1	2		キ, ク	2, 3	2	
	エ	3	2		ケ	4	1	
	オ	1	2		コ, サ, シ	2, 2, 7	2	
	(い)	(記述解答参照)	5		ス, セ, ソ	1, 1, 5	3	
	カ	1	2		チ, ツ	4, 5, 1	4	
	キ	5	2		テ	1	4	
		ク	5	2	第 4 問	ア, イ	1, 5	1
第 2 問	ア, イ, ウ	2, 5, 7	2	ウ		7	1	
	エ, オ	8, 3	2	エ		1	1	
	カ キ ク	0 1, 4 2, 3	4	オ, カ		1, 4	2	
		(う)	(記述解答参照)	5		キ, ク	4, 4	2
		ケ, コ, サ, シ, ス	3, 0, 6, 5, 5	3		ケ, コ, サ	-, 4, 8	2
	セ	8	2	シ		3	2	
	ソ	6	2	ス		1, 2	2	
	タ	1	3	セ		7	2	
	チ	3	3	ソ, タ		1, 3	2	
	ツ	2	3	チ, ツ, テ, ト		4, 0, 3, 3	3	
テ	4	3	第 5 問	ア, イ	0, 7 (順不同)	3		
ト	3	3		ウ	5	2		
第 1 問, 第 2 問は必答 第 3 問～第 5 問のうちから 2 問選択 計 4 問を解答				エ, オ	2, 3 (順不同)	2		
				カ	3	2		
				キ	4	3		
				ク	3	4		
				ケ	6	4		



平成 30 年度 大学入学共通テスト 試行調査

数学 I・A

Foresight 現役東大生の個別学習指導
オンライン家庭教師

■ 出題分析

配点	試験時間	大問数	センターとの難易度比較
100 点	70 分	5 題	やや難
センターとの分量比較			
減少	同程度	増加	設問数、問題文量ともに増。選択問題の問題ページは 2 ページから 4 ページに増。

<トピックス>

- 大問構成はセンター試験と変わらない。
- 第 1 問の配点が減り、その分が第 2 問に回された。選択問題の配点は変わらない。
- 総設問数・計算量が共に増加し、センター試験よりも時間を意識する必要がある。

■ 全体分析

現行のセンター試験と比較すると各設問の難易度はあがり、全体的に難易度の低い問題が少なくなった。第 1 問、第 2 問、第 3 問、第 5 問で太郎さんと花子さんの考察が記述されており、思考力をはかることを目的とした共通テストの出題の意図が伺われる。第 3 問から第 5 問の選択問題の分量が大幅に増加したが、配点は現行のセンター試験と変わらない。一方で第 1 問、第 2 問の配点はそれぞれ 25 点、35 点と差が付けられた。

■ 大問別分析

※ 難易度は 5 段階表示で、フォーサイトの見解によるものです

問題	出題分野・テーマ	センター試験との相違点・コメント	難易度※
1〔1〕	数と式	数と集合に関する出題。記述式の問題があったものの、それも含めて以前のセンター試験と同程度かそれ以上に基礎的な内容であった。	易
1〔2〕	二次関数	2 次関数のグラフの形状に関する問題。グラフ表示ソフトを用いて自由に変化させてみるという設定は、平成 29 年度試行調査にも同様の出題がある。	やや易
1〔3〕	図形と計量	階段の踏面と蹴上げに関する問題で、問題は長々しいが、ごく基本的な三角比の処理を問うている。	やや易
1〔4〕	図形と計量	正弦定理の証明の穴埋め問題。定理の証明方法を覚えていなくても、誘導に乗ることができれば答えを導くことができる。	やや易
2〔1〕	図形と計量・二次関数	直角三角形上を移動する点が作る線分についての問題である。問題文の分量は多くないものの、(2)では今まで用いていた三角形の辺の長さを変えられるなどし、計算量が多い設問であった。(1)ではいきなり余弦定理を出す問題が出題され、難易度は低くないといえる。	普通
2〔2〕	データの分析	あるデータに関する散布図や箱ひげ図を選択するセンター試験で出題されていた問題ではなく、相関係数についての考察についての問題であった。公式を暗記しているだけでは解けないが、用語とその意味についての簡単な理解さえしていれば容易に解くことができるだろう。	やや易
3	場合の数と確率	くじを順番に引くときの二番目にくじを引く人の戦略を、確率を用いて考	標準



		察する問題であり、思考力を問う共通テストにふさわしい問題であるといえる。太郎さんと花子さんの会話が問題文中に記述されているが、これといった情報があるわけではなく、時間内に解ききるためには問題文をどの程度読むかの取捨選択が大切であろう。また、(1)では確率を表すのに記号が積極的に用いられているため、この表し方に慣れておこう。	
4	整数の性質	二元一次不定方程式が出題されたが、天秤ばかりが題材とされ、共通テスト特有の出題方法であった。設問ごとに設定が変わり、整数に関する様々な知識が問われた。各設問の難易度自体は高くないが、満点を取るためには整数の性質を網羅している必要がある。	標準
5	図形の性質	三角形と外接円に関する問題が出題された。問題で提示された複数の定理をもとに学生二人の考察の穴埋めとそれに関する設問で構成されていた。基礎が問われる問題であったが、問題文の分量が多く、また定理を理解できないと解くことができないため点差のついた大問であるだろう。	標準

■ 合格への学習アドバイス

共通テストの最大の特徴を表すには、問題文の分量の増加という言葉に尽きる。センター試験ではひたすら計算問題が多く、手を動かす時間が多かったが、数学ⅠAの共通テストではさらに問題文を読み取る時間というのも必要になり、手を動かす時間をいかに多く確保できるかというのが重要になってくるだろう。そんな共通テストの対策法として、2つの学習ポイントを挙げる。

第一に、当たり前と感じてしまうかもしれないが、基礎力の向上が大切である。思考力という言葉におびえてはいけない。問われているのはあくまで数学の基本的な知識であるから、数学ⅠAの各分野で漏れている知識は補い、苦手な分野があれば潰しておく。センター試験と比べてより多くの要素が問われているから、ヤマを張るなどということは通用しないだろう。分野ごとに基本的な問題演習を繰り返し、基礎を身につけることで、共通テストで点数を取るための土台を身につけよう。

そして2つ目は、予想問題集や試行テストなどを通して長い問題文を短い時間で解く練習をしておこう。試行テストの問題量から推察するに、問題文をじっくり読みこんでいては70分で解ききることは不可能であるだろう。問題を全部読まなければいけないという常識にとらわれることなく、演習を繰り返すことで、長い文章から必要な情報を短期間で読み取る力を身につけよう。

共通テストはセンター試験と比べて一問一問の難易度が高く、受験生の8割が解けるような易しい問題はほとんど存在しない。逆に言えば、どの一問もライバルとの差の一問になる可能性を秘めているといえる。自分が解けそうな問題を確実に解く。自分の取れる点数を着実に積み重ねることで共通テストを攻略していこう。

平成 30 年度 大学入学共通テスト試行調査 数学ⅠA

第 1 問

(1)

出題範囲	数と式
難易度	★☆☆☆☆
所要時間	得意：1 分 ふつう：2 分 苦手：3 分
講評	数と集合についての基本的な項目の確認である。基礎となる教科書に書いてある定義からしっかり確認しておこう。

(1) 正解は $\{1\} \subset A$

集合の定義に基づく。論理上は $1 \in A$ も同じ意味になるが、「1 のみを要素にもつ集合」が「含まれる」という

命題を忠実に再現する必要があるだろう。 $1 \subseteq A$, $1 \supset A$, $1 \supseteq A$ など認められる。

(2) 正解は ①, ④

計算して反例を見つける。 x, y が無理数, $x + y$ が有理数となるような組が答えである。

〔2〕

出題範囲	二次関数
難易度	★★☆☆☆
所要時間	得意：2 分 ふつう：3 分 苦手：4 分
講評	コンピューターのグラフ表示ソフトが題材とされたが、問われていることは二次関数の基本的なことであるため、つまづいた問題がある人は確認しておこう。

(1) ☐ ウ 正解は ①

グラフから読み取る。 $f(x) = 0$ の解は $y = f(x)$ と x 軸の共有点の x 座標であり、これらはいずれも負である。

(2) ☐ エ ☐ オ 正解は ③, ①

グラフから考える。2 次の係数である a を変えると、放物線は頂点を変えずに上下方向に拡大されるような動きを見せる。一方で、 (p, q) は頂点の座標であるから、これらを変えるとそれぞれ x, y 方向に平行移動することになる。

いま、「不等式 $f(x) > 0$ の解がすべての実数となること」とは、 $y = f(x)$ がすべての実数にわたって x 軸より上側になることである。現在の時点で頂点は x 軸より下側にあり、 a を変化させてもこの条件は満たされないから、頂点を移動させなければならない。もちろん x 軸方向への移動ではこれは達成されず、 y 軸方向への移動によって満たされるから、条件を満たすのは操作 Q のみとなる。

「不等式 $f(x) > 0$ の解がないこと」についても同様に考えればよい。 $y = f(x)$ がすべての実数にわたって x 軸より下側になることが条件であり、2 次の係数が正である放物線は常に下に凸であるから、 a が変化する操作 A 以外は十分に大きい x で $f(x) > 0$ となってしまう不適である。一方で操作 A ならば、 a を負にすることで $f(x)$ の最大値を q にすることができ、確かに x にかかわらず $f(x) < 0$ となる。

〔3〕

出題範囲	図形と計量
難易度	★★☆☆☆
所要時間	得意：1 分 ふつう：2 分 苦手：3 分
講評	〔3〕では階段の傾斜が題材とされた。だが、問われている内容自体は三角比についての比較的基本的な内容である。落ち着いて取り組もう。

(い)

正解は $26 \leq x \leq \frac{18}{\tan 33^\circ}$

まず、踏面が 26 cm 以上であることから $x \geq 26$ である。問題は蹴上げが 18 cm 以下となる条件であるが、階段の角度が 33° であることから蹴上げの長さは $x \tan 33^\circ$ cm と求めることができるので、 $x \tan 33^\circ \leq 18$ の変形によって解答の式を得る。

〔4〕

出題範囲	図形と計量
難易度	★★☆☆☆
所要時間	得意：3分 ふつう：4分 苦手：6分
講評	〔4〕は正弦定理の証明の穴埋め問題であった。直角三角形の場合の証明方法が記述されており、証明方法を知らなくても問題文の説明を利用して解ける問題であるため、理解力の問われる問題といえるだろう。

(1) カ 正解は ①

(*) は正弦定理と呼ばれる有名定理である。斜辺が円の直径となるような直角三角形（本問の $\triangle A'BC$ ）を考えることによって証明される。

共通テストの大きな特徴に、旧試験以上に論証の穴埋め問題が多くなった点が挙げられる。もはや難関理系大を受ける予定のない生徒も、証明問題や記述式問題を侮ることはできない時代になったと言えるだろう。高得点を狙いたければ、本問のような有名問題の証明は、スラスラできるよう何度も練習しておくのが無難と思われる。

(2) キ ク 正解は ⑤, ⑤

キは先の直角三角形の場合と同じ式である。 $BC = a$, $BD = 2R$ から三角比により求められる。

クは消去法で解こうとすると面倒だが、素直にリード文に従って、円に内接する四角形の内角の和は 180° であることを用いればよい。このような関係を「互いに補角をなす」と呼ぶ。

平成 30 年度 大学入学共通テスト試行調査 数学ⅠA

第 2 問

〔1〕

出題範囲	図形と計量・二次関数
難易度	★★★★☆
所要時間	得意：8 分 ふつう：10 分 苦手：12 分
講評	〔1〕は、直角三角形上を移動する点についての問題であった。計算量の多い問題であったため、余白を上手く使い、落ち着いて計算したい。

(1) (i) ア イウ エ オ 正解は $2\sqrt{57}$, $8\sqrt{3}$

まず、直角三角形 ABC の各辺の長さを求める。三角比を用いて、

$$BC = 20 \sin 60^\circ$$

$$= 10\sqrt{3}$$

$$CA = 20 \cos 60^\circ$$

$$= 10$$

であることがわかる。点 P が毎秒 1 の速さで進むとき、点 A から点 C までは 10 秒かかる。点 Q,R は 10 秒かけてそれぞれ BA,CA を移動するので、点 Q の速さが $20 \div 10 = 2$ 、点 R が $10\sqrt{3} \div 10 = \sqrt{3}$ である。

移動を開始してから 2 秒後の AQ, AP の長さを求め、三角形 APQ に対して余弦定理を用いることで、PQ の長さを求める。

$$AQ = AB - BQ$$

$$= 20 - 2 \times 2$$

$$= 16$$

$$AP = 1 \times 2$$

$$= 2$$

であるから、余弦定理より、

$$PQ^2 = AP^2 + AQ^2 - 2 AP \times AQ \cos \angle PAQ$$

なので

$$\begin{aligned} PQ^2 &= 16^2 + 2^2 - 2 \times 16 \times 2 \times \frac{1}{2} \\ &= 228 \end{aligned}$$

となる。よって、

$$PQ = 2\sqrt{57}$$

となる。

また、三角形 APQ の面積は、

$$\begin{aligned} S &= AQ \times AP \times \sin \angle PAQ \times \frac{1}{2} \\ &= 2 \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

と求められる。

(ii) 正解は ①, ①・④, ②・③

各点が移動を開始してから x 秒後の PR の長さを x を用いて表す。ただ、 $\triangle PCR$ についての三平方の定理を用いるため PR^2 を x で表すことにする。ここで、 x のとりうる範囲は $0 \leq x \leq 10$ であることに注意する。

$$\begin{aligned} PR^2 &= CP^2 + CR^2 \\ &= (10 - x)^2 + (\sqrt{3}x)^2 \\ &= 4x^2 - 20x + 100 \end{aligned}$$

$$= 4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 75$$

この二次関数は $x = \frac{5}{2}$ のとき最小値 75 であり, $x = 0$ のとき 100, $x = 10$ のとき 300 である。下に凸の二次関

数なので, それぞれの点を通る回数は

$$75 < y \leq 100 \text{ で } 2 \text{ 回,}$$

$$100 < y \leq 300, \quad y = 75 \text{ で } 1 \text{ 回,}$$

$$y < 75, \quad 300 < y \text{ で } 0 \text{ 回}$$

である。よって 80, 100 は 2 回, 75, 300 は 1 回, 50 は 0 回通る。従って正解はとり得ない値が $5\sqrt{2}$, 一回

だけとり得る値が $5\sqrt{3}$, $10\sqrt{3}$, 二回だけとり得る値が $4\sqrt{5}$, 10 である。

(iii) (う) 正解は 時刻によらず $S_1 = S_2 = S_3$

各点が移動を開始してから x 秒後のそれぞれの三角形の面積を x を用いて表す。

$$S_1 = AP \times QA \times \sin \angle PAQ \times \frac{1}{2}$$

$$= x(20 - 2x) \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} x(10 - x)$$

$$S_2 = QB \times RQ \times \sin \angle QBR \times \frac{1}{2}$$

$$= 2x(10\sqrt{3} - \sqrt{3}) \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} x(10 - x)$$

$$S_3 = PC \times CR \times \sin \angle PCR \times \frac{1}{2}$$

$$= (10 - x)\sqrt{3}x \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}x(10-x)$$

以上より, S_1, S_2, S_3 には時刻によらず $S_1 = S_2 = S_3$ の関係が成り立つ。

(2) 正解は $\frac{30 \pm 6\sqrt{5}}{5}$

三角形 ABC の面積は30である。△AQP, △BRQ, △CPR の面積をそれぞれ S_4, S_5, S_6 とすると,

$$S_4 + S_5 + S_6 = 18$$

となるような時刻を求めれば良い。求める時刻を t ($0 \leq t \leq 12$) とする。それぞれの点の進む速さは

$$P: 1, Q: \frac{13}{12}, R: \frac{5}{12}$$

である。(1)(iii)と同様に面積を求め, 方程式を解くと,

$$S_4 + S_5 + S_6 = 18$$

は以下のように書き表せる。

$$\frac{1}{2}(AP \times AQ \times \sin A + BQ \times BR \times \sin B + CR \times CP \times \sin C) = 18$$

△ABC が直角三角形であることを利用すると, $\sin A = \frac{5}{13}, \sin B = \frac{12}{13}, \sin C = 1$ であるので

$$\frac{1}{2}\{t \times (13 - \frac{13}{12}t) \times \frac{5}{13} + \frac{13}{12}t \times (5 - \frac{5}{12}t) \times \frac{12}{13} + \frac{5}{12}t \times (12 - t) \times 1\} = 18$$

整理すると,

$$5t^2 - 60t + 144 = 0$$

となる。これに解の公式を用いて

$$t = \frac{30 \pm 6\sqrt{5}}{5}$$

となるが, これらはどちらも $0 \leq t \leq 12$ を満たすので, いずれも解となる。

〔2〕

出題範囲	データの分析
難易度	★★☆☆☆
所要時間	得意：6分 ふつう：8分 苦手：10分
傾向と対策	〔2〕では相関係数の値に関する考察が出題された。計算自体は簡単なものであったが、相関係数の意味についても問われた。全体的に正答率が高かったため、高得点を狙うためには落とせない問題ばかりである。各用語とその意味を確認し曖昧なところをなくしておこう。

(1) ☐セ ☐ソ ☐タ 正解は ⑧, ⑥, ①表より x の平均値は,

$$\frac{1+2}{2} = 1.50$$

分散は

$$\frac{(1-1.5)^2 + (2-1.5)^2}{2} = 0.25$$

であることから標準偏差は0.50, y についても同様であり、同じ値になる。 x と y の共分散が

$$\frac{(1-1.5)(2-1.5) + (2-1.5)(1-1.5)}{2} = -0.25$$

であることから相関係数は

$$\frac{-0.25}{0.50 \cdot 0.50} = -1.00$$

である。

(2) ☐チ 正解は ③

相関係数は、2 つの変数の共分散をそれぞれの標準偏差で割ったものなので、片方でも標準偏差 0 のデータ

であれば相関係数を求めることはできない。今回 y の標準偏差が 0 となるため計算することができない。(3) ☐ツ 正解は ②

相関係数が 1 となるのは、データを座標に表示したときの値がただ 1 つの右上がりの直線上にあるときである。したがって、データの数 が 2 以上であればいくつでも相関係数は 1 になる可能性がある。

(4) 正解は ④, ③

相関係数は 2 組のデータについてその増減関係の度合いを表現する。相関係数が 1 に近いほど強い正の相関関係を表し、データの組は右上がりの直線に沿って分布する。相関関係が -1 に近いほど強い負の相関関係を表し、データは右下がりの直線に沿って分布する。特にちょうど直線上にある場合は、傾きに応じて相関係数は 1 または -1 になる、あるいは計算不可能となる。データの数 が 2 つだけだと、必ず一直線上にデータが存在するので、これら 3 通りのうちのどれかになってしまうのである。

平成 30 年度 大学入学共通テスト試行調査 数学ⅠA

第 3 問

出題範囲	場合の数と確率
難易度	★★★★☆
所要時間	得意：12 分 ふつう：14 分 苦手：16 分
講評	くじを順番に引くとき，2 番目にくじを引く人の戦略を，確率を用いて考察した。2 人の会話に合わせて状況が細かく変化していくが，基本的には丁寧な誘導に従って解いていけばよい。しかし，(3)のように全体の傾向を問われる問題が出題されるなど，計算量が多いため時間内に解ききるためには計算力が求められる。

(1) 正解は $\frac{1}{20}$

$$P(A \cap W) = P(A) \cdot P_A(W)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{100}$$

$$= \frac{1}{20}$$

正解は $\frac{3}{40}$

$$P(B \cap W) = P(B) \cdot P_B(W)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{100}$$

$$= \frac{1}{40}$$

であり、 $A \cap W$ ， $B \cap W$ は互いに排反であるから

$$P(W) = P(A \cap W) + P(B \cap W)$$

$$= \frac{1}{20} + \frac{1}{40}$$

$$= \frac{3}{40}$$

キ ク 正解は $\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} P_w(A) &= \frac{P(A \cap W)}{P(W)} \\ &= \frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{40}} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

ケ コ サシ 正解は $4, \frac{2}{27}$

$$\begin{aligned} P_w(B) &= \frac{P(B \cap W)}{P(W)} \\ &= \frac{\frac{1}{40}}{\frac{3}{40}} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

1 番目の人が当たりくじを引いたとき、2 番目の人が同じ箱から当たりくじを引く確率は、箱 A, B についてそれぞれ $\frac{9}{99}$, $\frac{4}{99}$ であるから、1 番目の人が当たりくじを引いた後、同じ箱から 2 番目の人がくじを引くとき、そのくじが当たりくじである確率は、

$$\begin{aligned} P_w(A) \times \frac{9}{99} + P_w(B) \times \frac{4}{99} &= \frac{2}{3} \times \frac{9}{99} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{99} \\ &= \frac{2}{27} \end{aligned}$$

ス セソ 正解は $\frac{1}{15}$

1 番目の人が当たりくじを引いたとき、2 番目の人が異なる箱から当たりくじを引く確率は、箱 A, B についてそれぞれ $\frac{10}{100}$, $\frac{5}{100}$ であるから、1 番目の人が当たりくじを引いた後、異なる箱から 2 番目の人がくじを引くとき、そのくじが当たりくじである確率は、

$$P_w(A) \times \frac{5}{100} + P_w(B) \times \frac{10}{100} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{100} + \frac{1}{3} \times \frac{10}{100}$$

$$= \frac{1}{15}$$

(2) タ チツ 正解は $\frac{4}{51}$

$$P(A \cap W) = P(A) \cdot P_A(W)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{100}$$

$$= \frac{1}{20}$$

$$P(B \cap W) = P(B) \cdot P_{B(W)}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{100}$$

$$= \frac{7}{200}$$

$A \cap W$, $B \cap W$ は互いに排反であるから

$$P(W) = P(A \cap W) + P(B \cap W)$$

$$= \frac{1}{20} + \frac{7}{200}$$

$$= \frac{17}{200}$$

$$P_W(A) = \frac{P(A \cap W)}{P(W)}$$

$$= \frac{\frac{1}{20}}{\frac{17}{200}}$$

$$= \frac{10}{17}$$

$$P_W(B) = \frac{P(B \cap W)}{P(W)}$$

$$= \frac{\frac{7}{200}}{\frac{17}{200}}$$

$$= \frac{7}{17}$$

である。

1 番目の人が当たりくじを引いたとき、同じ箱から 2 番目の人が当たりくじを引く確率は、箱 A, B それぞれについて $\frac{9}{99}, \frac{6}{99}$ であるから、1 番目の人が当たりくじを引いた後、同じ箱から 2 番目の人が当たりくじを引くとき、そのくじが当たりくじである確率は、

$$P_W(A) \times \frac{9}{99} + P_W(B) \times \frac{6}{99} = \frac{10}{17} \times \frac{9}{99} + \frac{7}{17} \times \frac{6}{99}$$

$$= \frac{4}{51}$$

となる。

(3) テ 正解は ①

箱 A と箱 B に入っている当たりくじの本数の差が大きくなるほど、またここでは B に入っている当たりくじの本数が少なくなるほど、同じ箱から引いたほうが当たりくじを引く確率が大きくなることと、(1), (2)の結果を踏まえる。

平成 30 年度 大学入学共通テスト試行調査 数学ⅠA

第 4 問

出題範囲	整数の性質
難易度	★★★★☆
所要時間	得意：8 分 ふつう：10 分 苦手：15 分
講評	天秤ばかりが題材にされ，二元一次不定方程式が出題された。設問ごとに変わる設定に戸惑った学生も多いかもしれないが，問われている内容はどれも基本的なことであったため，いかに速く問題の設定を読み込み，問題を解くことができたかが鍵となっただろう。(4)は両辺の因数に注目して解の有無を判断する。(5)は正答率が低かったが，誘導に従って解いていけばよいため，高得点を狙うためには落としたい問題である。

- (1) 正解は 1, 5, 7

天秤ばかりの皿 A には物体 X と 8 g の分銅 1 個，皿 B には 3 g の分銅 5 個がのっているので，

$$M + 8 \times 1 = 3 \times 5$$

が成り立つ。方程式を解くと $M = 7$ となる。

- (2) 正解は 1, ①, ④

$M = 1$ のとき，皿 A のおもりの重さが 9 g になればいいので，皿 A には 8 g の分銅 1 個を加えると良い。

これを式にすると以下ようになる。

$$1 + 8 \times 1 = 3 \times 3$$

M を任意の自然数とすると，上の式の両辺を M 倍すると，

$$M + 8 \times M = 3 \times 3M$$

が成り立てばよい。これより，皿 A に 8 g の分銅を M 個乗せ，皿 B には 3 g の分銅を $3M$ 個乗せれば良いことがわかる。

- (3) 正解は 4, 4, -4, 8, 3

自然数の組 (p, q) は $20 + 3p = 8q$ を満たす。順に代入すると， p が最小のときの組は $p = 4$ ， $q = 4$ であること

がわかる。この値と整数 n を用いて、 $3x + 8y = 20$ のすべての整数解を求める。

$$3x + 8y = 3 \times (-4) + 8 \times 4$$

$$-3(x + 4) = 8(y - 4)$$

-3 と 8 は互いに素であるので、

$$x + 4 = 8n, \quad y - 4 = -3n$$

$$x = -4 + 8n, \quad y = 4 - 3n$$

と求められる。

(4) 正解は ①・②

x, y の値が正のときは物体 X と違う皿、負のときは同じ皿にその値の数だけ分銅を置くとする。

①…3 g と 14 g の分銅。

$$3x + 14y = 7$$

となる整数 x, y が存在するか調べる。 $x = 7, y = -1$ のとき成り立つ。

①… 3 g と 21 g の分銅。

$$3x + 21y = 7$$

$$3(x + 7y) = 7$$

x, y が整数のとき $x + 7y$ は整数であるので、左辺は因数 3 をもつ。しかし、右辺の 7 は素数であるため、因数 3 をもたない。そのため、どのような整数 x, y でも上の方程式が成り立つことはない。

②… 8 g と 14 g の分銅。

$$8x + 14y = 7$$

$$2(4x + 7y) = 7$$

x, y が整数のとき $4x + 7y$ は整数であるので、左辺は因数 2 をもつ。しかし、右辺の 7 は素数であるため、因

数 2 をもたない。そのため、どのような整数 x, y でも上の方程式が成り立つことはない。

③…8 g と 21 g の分銅。

$$8x + 21y = 7$$

となる整数 x, y が存在するか調べる。 $x = 7, y = -2$ のとき成り立つ。

(5)

正解は 7, 13, 4033

(i)より M が 3 以上の 3 の倍数であるとき、 M の値を量ることができる。これと同様に(ii)より M が 8 以上であって 3 で割ると 2 余る整数のとき、 M の値を量ることができ、(iii)より M が 16 以上であって 3 で割ると 1 余る整数のとき、 M の値を量ることができる。

以上より、これに当てはまらない自然数 M は 1, 2, 4, 5, 7, 10, 13 の 7 つであり、最大は 13。

$3x + 2018y$ の場合も同様に考える。

(i) $3x + 2018 \times 0$ は 0 以上であって 3 の倍数である。

(ii) $3x + 2018 \times 1$ は 2018 以上であって 3 で割ると 2 余る整数である。

(iii) $3x + 2018 \times 2$ は 4036 以上であって 3 で割ると 1 余る整数である。

(i)(ii)(iii) に当てはまらない自然数の最大値は 4036 未満であり 3 で割ると 1 余る最大の整数であると考えられ、そのような整数は 4033 である。

平成 30 年度 大学入学共通テスト試行調査 数学ⅠA

第 5 問

出題範囲	図形の性質
難易度	★★★★☆
所要時間	得意：12 分 ふつう：14 分 苦手：16 分
講評	この大問では三角形と外接円に関する問題が出題された。それまでの問題の結果や与えられた定理を用いて問題を解くことができるかが問われた。見慣れない定理を扱う問題ではあったが、問われていること自体は基本的なことであるため、適切な状況把握のもと、前半部分は確実に点を取れるようにしておきたい。(2)(v)の正答率が低かったが、大問全体の考え方を利用して誘導の少ない問題も解けると良いだろう。

(1) 正解は ⑥, ⑦ (順不同)

$AB' = CX$ を示すためには頂点 A と頂点 C、頂点 B' と頂点 X がそれぞれ対応している三角形である、 $\triangle ABB'$ と $\triangle CBX$ を選べばよい。

(2) (i) 正解は ⑤

問題 1 で証明したことを用いると、 $ST = PT + QT$ であることがわかる。

(ii) (iii) 正解は ②・③ (順不同), ③

問題 2 の点 Y とは、 $PY + QY + RY$ が最小になる点のことである。Y が弧 PQ 上にない場合は、定理 1 より $SY < PY + QY$ であるが、点 Y が弧 PQ 上にある場合は問題 1 より $SY = PY + QY$ が成り立つので点 Y は弧 PQ 上にあるといえる。(i)より、 $PY + QY + RY = SY + RY$ であるから、 $SY + RY$ が最小となればよい。つまり、点 Y は直線 SR 上にある。

(iv) 正解は ④

$\angle SPR > 180^\circ$ となるとき、直線 SR と弧 PQ が交わらない。 $\angle SPQ = 60^\circ$ であるので、このとき、 $\angle QPR > 120^\circ$ である。

(v) 正解は ③, ⑥

$\angle QPR < 120^\circ$ のとき、円周角の定理より $\angle PQS = \angle PYS = 60^\circ$, $\angle SPQ = \angle SYQ = 60^\circ$ であるため $\angle PYQ = 120^\circ$ である。また、点 Y, 点 S, 点 R は同一直線上にあることと $\angle SYQ = 60^\circ$, $\angle PYS = 60^\circ$ であることを用いて $\angle PYR = 120^\circ$, $\angle QYR = 120^\circ$ であることがわかる。よって点 Y は $\angle PYR = \angle QYP = \angle RYQ$ となる点である。

$\angle QPR > 120^\circ$ のとき、 $PY + QY + RY$ が最小になる点 Y は弧 PQ 上かつ $SY + RY$ が最小になる点であり、これは点 P と一致する。よって点 Y は三角形 PQR の三つの辺のうち、最も長い辺を除く二つの辺の交点となる。