平成 29 年度　大学入学共通テスト試行調査 数学 IA【解答】

問題番号	解答番号	正解	配点
第 1 問	ア	3	
	イ	2	
	ウ	1	
	エ	5	
	（あ）	（記述解答参照）	
	オ	0	
	カ	3	
	キ	4	
	ク	2	
	ケ	3	
	コ	3	
	サ，シ	5, 1	
	ス，セ	3, 5	
	（い）	（記述解答参照）	
	ソ	2	
第 2 問	ア	1	
	イ	5	
	ウ	6	
	エオカキ	1250	
	クケコサ	1300	
	シ	4	
	（う）	（記述解答参照）	
	ス	8	
	セ	2, 3	
	ソ	4	

問題番号	解答番号	正解	配点
第 3 問	アイウエ	12, 13	
	オカキク	11, 13	
	ケコサ	1, 22	
	シスセソ	19, 26	
	タチツテ	1440	
	トナニ	960	
	ヌ	3	
第 4 問	ア	3	
	イ	3	
	ウ	0	
	エ，オ	2, 3	
	カ	1	
	キ	1, 2	
	ク	0	
第 5 問	ア	2	
	イ	5	
	ウ	3	
	エ	0	
	オカ	27	
	キ	7	
	ク	7	
	ケコ	28	
	サ	1, 2, 4, 5	

（注）第 1 問，第 2 問は必答。第 3 問～第 5 問のうちから 2 問選択。計 4 問を解答。

平成 29 年度 大学入学共通テスト試行調査

数学Ⅰ・A

Foresight 現役東大生の個別学習指導
オンライン家庭教師

■ 出題分析

配点	試験時間	大問数	センターとの難易度比較
100 点	70 分	4 題	やや難

センターとの分量比較	
減少 **同程度** 増加	文章量は増加したが，計算量としては減少した。人により感じ方が違うだろう。

＜トピックス＞

- 全体的な問題レベルが高くなり，大問の早いうちから正答率の低い問題が続く例が増えた。現行センター試験に比べて感触の悪い試験だったと思われる。
- 選択問題が工夫された問題になったためか，難易度設定がばらついた。どの問題を選ぶか柔軟に選ぶ力が今まで以上に問われることになるだろう。

■ 全体分析

全体的に目新しい問題が多く，生徒の日常的に出会う数学的問題に目線を合わせようとする努力が垣間見えるが，そのせいで難易度はかなり上がったようである。従来のセンター試験に比べて計算量が減少したものの読むべき文章の量が大幅に増加し，文字を目で追うスピードの低い受験生にはかなり厳しいものがあったと予想される。出鼻をくじくような正答率の問題が序盤にある問題が多いために，あえて全ての設問にチャレンジすることなく，落ち着いて解ける問題を狙っていく姿勢が大切になるだろう。

■ 大問別分析

※ 難易度は 5 段階表示で，フォーサイトの見解によるものです

問題	出題分野・テーマ	センター試験との相違点・コメント	難易度※
1〔1〕	二次関数	二次関数のグラフに関する問題。この形式は平成 30 年度の試行問題にも踏襲された，数学 II・B の試験でも関数のグラフを問う出題があることからも，グラフの形状についてよりよく学ぶ必要が示唆される。	やや難
1〔2〕	図形と計量（三角比）	対話形式の出題。現行センター試験で最初に出題されていた命題に関する単元も同時に出題された。	標準
2〔1〕	二次関数	日常的なトピックからの出題。身近にみられる二次関数の最大化を試みる例についての出題であった。内容自体は標準程度であったが，目新しかったためか正答率は伸び悩んだ。	やや難
2〔2〕	データの分析	現行センター試験に比べて誘導が少ない問題が多数を占めた。かなり解きにくかったようだが，内容は基礎の範疇にとどまっているので，よく復習しておきたい。	標準
3	場合の数と確率	相対度数から確率モデルを立てていく問題であったが，純粋な場合の数・確率しか学んでいない受験生にとっては意味が掴みにくく，割り切って解くしかなかった。出題意図に疑問が残る出題であったと言えるだろう。	標準
4	図形	現行センター試験の大問 5 で出題されてきた図形の問題であったが，目新	

		しい立体図形の問題であった。とはいえ，数学Ⅰ・A 範囲で解けるように設定されており，選択問題の中では最も解きやすかったようだ。	やや難
5	整数	パズルのような整数問題が出題された。問われていることも広範で発展的であり，最後の小問の正答率は 1%未満と壊滅的であった。	やや難

■　合格への学習アドバイス

初めて作られた新テスト数学Ⅰ・A の試行問題であるこの試験は，想定するレベルを大幅に逸脱して難しくなってしまったと言えるだろう。点数配分が公表されていないものの，発表された各問題の正答率を見るに，作問陣の予想していた平均点をはるかに下回る結果になったのではないかと思われる。主な原因は，新テストの標榜する思考力などを盛り込めるように，各自が変化に富む問題を作成した結果，ほぼすべての大問が解きにくい要素を含むことになってしまったためだと考えられよう。

どのような試験でもそうであるが，大切なのは問題の取捨選択である。実際のところ，正答率が 20%を下回るような小問が半数以上を占める大問がほとんどであるこの試験では，毎度立ち止まって完答を目指すようでは，時間内に解き終えるにはかなりの学力が必要だろう。自分の目標点を無理のない範囲で立てておき，それに見合うように全体を俯瞰して解ける問題に手を付けていくことが大切である。とはいえ，実際には満点が狙える問題のみで構成されている大問もあるし，次の年度の試験ではこの傾向は多少緩和されているから，安易に解ける問題を捨ててしまわないように気をつけたいものである。

また，今回の試験で目を引くのは大問 3, 4, 5 の選択問題の正答率である。大問 3 が序盤から全体的に正答率が低めである一方で，大問 4 や 5 は序盤が解きやすいものの後半でぐっと正答率の下がる構成になっているのが特徴的だ。平均点やそれより少し上を狙う受験生は問題 4, 5 を選ぶのが効率的である一方で，9 割などの高得点を狙う者にとっては大問 5 を選んではかなり厳しく，各自受験全体の戦略によって問題選択を変える必要が感じられた。従来のセンター試験では，多くの者が大問 3 と 4 を選択するなど事前に決めて試験に臨んでいただろうが，新テストではできるだけ単元にこだわらずどれでも解けるようにしておかなければ，この傾向が顕著になった場合に周りの受験生に大きく差をつけられる可能性があるので注意しなければならない。柔軟な対応力が求められる新テストでは，単元に固執せずに確実に得点を確保する能力も大切になってくることだろう。

平成 29 年度 大学入学共通テスト試行調査　数学ⅠA

第 1 問

〔1〕

出題範囲	二次関数
難易度	★★★★☆
所要時間	得意：3 分　　ふつう：5 分　　苦手：8 分
講評	コンピューターのグラフ表示ソフトを題材とし，2 次関数のグラフを考察することで二次関数の係数を決定させたり，係数を変化させたときの頂点座標の変化を追ったりするような問題であった。a,b,c の 3 つの文字の正負をその都度考えなければならず，難易度は高かった。

(1) $\boxed{\text{ア}}$ **正解は ③**

頂点が第 3 象限にあるときの a,b,c の値を推定する問題である。グラフが下に凸なので$a>0$とわかる。また頂点の x 座標は $-\dfrac{b}{2a}$ と表されるので，$a>0$ を考慮すると $b>0$ と分かる。以上の考察から正解は⓪または③となる。⓪のとき，二次関数は $y=2x^2+x+3$ であり，このときの頂点の y 座標は$\dfrac{8}{23}$ のように正になるが，これは図 1 に合わず不適。③のとき，二次関数は $y=\dfrac{1}{2}x^2+3x+3$であり，頂点の y 座標は $-\dfrac{3}{2}$ のように負になり，これは図 1 に合うので③が正解である。

(2) $\boxed{\text{イ}}$ **正解は ②**

上記のように頂点の x 座標は c の値によらないが，y 座標は $-\dfrac{b^2}{4a}+c$ と表せ，c の値によるので②が正解である。

(3) $\boxed{\text{ウ}}$ $\boxed{\text{エ}}$ **正解は ①, ⑤**

(2)より頂点の y 座標は $-\dfrac{b^2}{4a}+c$ と表せ，ここに $a=\dfrac{b^2}{4c}$ を代入すると 0 となる。また、頂点の x 座標は $-\dfrac{b}{2a}$ と表せ、ここに $a=\dfrac{b^2}{4c}$ を代入すると $-\dfrac{2c}{b}$ となるので，このとき頂点は x 軸上にある。

下に凸の状態を維持したまま a の値を変化させるので，常に $a>0$ である。(1)より，頂点の x 座標は$-\dfrac{b}{2a}$ と表されるので，b の値を変化させないのならばこれは常に負である。頂点の y 座標は $-\dfrac{b^2}{4a}+c$ と表せ，これは

a の値によって正にも負にもなる。これらを考慮すると，頂点は第 2 象限と第 3 象限を移動することがわかる。

(4) $\boxed{\text{あ}}$ **正解は a が正で c が負なので，頂点の y 座標 $-\dfrac{b^2}{4a}+c<0$ となるから。**

頂点の y 座標についての記述，およびその根拠が書かれていればよい。図 2 を見ると，グラフが下に凸なので，$a>0$ ということがわかる。$y=ax^2+bx+c$ で $x=0$ とすると $y=c$ となるので，図 2 のグラフと y 軸との交点が負であることより，$c<0$ ということがわかる。b の値を変化させても，この条件の下では，頂点の y 座標 $-\dfrac{b^2}{4a}+c$ は常に負となる。

〔2〕

出題範囲	三角比，集合と命題
難易度	★★★☆☆
所要時間	得意：5 分　　ふつう：7 分　　苦手：9 分
講評	２人の生徒の会話に沿って問題を解いていく問題であった。二人の会話の中にヒントがあり，問われている内容が基本的であったということもあり，比較的解きやすかっただろう。ただ，問題数が多く，説明文も多かったので時間には注意が必要である。

(1) オ　カ　**正解は ⓪, ③**

$B = 90°$ なので， $\cos 90°$ を計算すればよい。また， $A = 60°$ という条件の下で考えており， $C = 30°$ であるから， $\sin 30°$ を計算すればよい。

(2) キ　ク　**正解は ④, ②**

空欄キに当てはまる式を用いて， $\sin C$ を計算している。このことから，選択肢のなかで右辺が $\sin\theta$ もしくは $-\sin\theta$ となっているものを選ぶ。次にその中から正しい関係式になっているのは④である。この関係式に関しては，丸暗記しても良いが，単位円を使ってその都度導けるようにしておこう。

問題文中に「教科書の三角比の表から」と書いてあることから，三角比の表を探した受験生もいたかもしれないが，選択肢が与えられているのでその必要はない。また， $-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ であり， $\sin\theta$ が正であることを考えると，正解は②に決まる。実際，単位円を使って考えても $\sin 73°$ は②のような値になると考えられる。

(3) ケ　**正解は ③**

四捨五入をすることで $X = 1$ としているが数学的には $X = 1$ となっていないため，下線部(a)は誤り。また，下線部(a)が間違っているのならば，下線部(b)も成り立たないのでこれも誤りである。もともと三角比の表の値も四捨五入されているので，数式を証明するときにこのような数値を用いるのは適さない。

(4) コ　サ　シ　**正解は 3, ⑤, ①**

正弦定理から，

$$\frac{\mathrm{BC}}{\sin A}=2R$$

と表わされるので，ここで $A=60°$ を考えて整理すれば $\mathrm{BC}=\sqrt{3}R$ となる。同様にして，正弦定理より

$$\frac{\mathrm{AB}}{\sin C}=2R$$

$$\frac{\mathrm{AC}}{\sin B}=2R$$

となるので，これをそれぞれ AB と AC について解けばよい。

(5) $\boxed{\text{ス}}$ $\boxed{\text{セ}}$ **正解は ③，⑤**

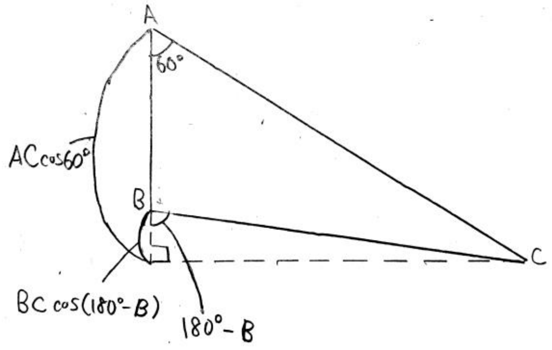
(4)で求めた，$\mathrm{BC}=\sqrt{3}R$，$\mathrm{AB}=2R\sin C$，$\mathrm{AC}=2R\sin B$ という関係式を使って整理する。問題文より，

$\mathrm{AH}=\mathrm{AC}\cos 60°$ なので，(4)で求めた $\mathrm{AC}=2R\sin B$ という関係式と $\cos 60°=\frac{1}{2}$ を用いると，$\mathrm{AH}=R\sin B$ となる。同様にして，$\mathrm{BH}=\mathrm{BC}\,cosB$ なので，(4)で求めた $\mathrm{BC}=\sqrt{3}R$ という関係式を用いると，$\mathrm{BH}=\sqrt{3}R\cos B$ となる。これを用いると $\mathrm{AB}=R\sin B+\sqrt{3}R\cos B$ となる。

(6) $\boxed{\text{い}}$ **正解は ②　$\mathbf{BH=BC\cos(180°-}\boldsymbol{B}\mathbf{)}$　④　$\mathbf{AB=AH-BH}$**

下の，B が鈍角の場合の図を参考にしてほしい。AH に関しては B が鈍角の場合と同様である。BH に関しては，$\mathrm{BH}=\mathrm{BC}\cos(180°-B)$ となることに注意したい。またこのとき，点 H が点 A と点 B の間にはないので，

$\mathrm{AB}=\mathrm{AH}-\mathrm{BH}$ となる。



(3) $\boxed{\text{ケ}}$ **正解は ②**

「花子さんのノート」における証明から，p ならば q が成り立つことが分かる。これより，p は q であるための十分条件といえる。ただし(7)の上の会話文において，$A = 120°$ の場合でも $X = 1$ が成り立っているので，q ならば p は言えない。よって，p は q であるための十分条件だが，必要条件ではない。

平成 29 年度 大学入学共通テスト試行調査　数学ⅠA

第 2 問

〔1〕

出題範囲	二次関数
難易度	★★★★☆
所要時間	得意：4 分　　ふつう：6 分　　苦手：8 分
講評	T シャツの価格を一次関数や二次関数を用いて決める問題であり、問題文から必要な情報を読み取り、それを数式に直し計算する力が問われた。(2)や(3)は自分でグラフを考察する必要があり、難易度は高かった。

(1) $\boxed{\text{ア}}$ $\boxed{\text{イ}}$ $\boxed{\text{ウ}}$ **正解は ①, ⑤, ⑥**

空欄アは y に当たるものだが，問題文を読むと，販売数を y と置いていることが分かる。この販売数と等しいのは，累積人数であるので，正解は①。

x と y の組として 4 点を取ってプロットすると直線に沿って分布しているように見えたとあるので，y は x の一次関数である。よって正解は⑤。

売上高と T シャツ 1 枚の値段、販売数の関係式は

$$(\text{売上高}) = (\text{T シャツ 1 枚の価格}) \times (\text{販売数})$$

であり，販売数(y)はT シャツ 1 枚の価格(x)の一次関数であるので，売上額は x の二次関数となる。よって正解は⑥。

(2) $\boxed{\text{エオカキ}}$ **正解は 1250**

問題文にあるように x の値が最小の点 (500, 200) と最大の点 (2000, 50) を通る直線の方程式を考えると，

$$y = -\frac{1}{10}x + 250$$

となる。よってこれより売上高は

$$S(x) = -\frac{1}{10}x^2 + 250x$$

と表わされる。この右辺を平方完成することで，

$$S(x) = -\frac{1}{10}(x - 1250)^2 + 156250$$

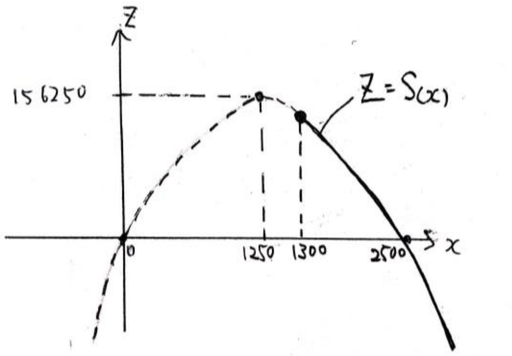
となるので、$S(x)$ が最大になるときの x の値を求めて $x = 1250$ である。

(3)　$\boxed{\text{クケコサ}}$　**正解は 1300**

今，120 枚を業者に発注しているので，この枚数以上を売ることはできず，$y \leqq 120$ である。このyに

$$y = -\frac{1}{10}x + 250$$

を代入し，x について解くと $x \geqq 1300$ となる。ここで，利益とは売上額から制作費用を引いたものだから，利益を最大にするには売上額を最大にすればよい。そこで $z = S(x)$ のグラフを描くと下図のようになる。$x \geqq 1300$ の条件で $S(x)$ は，$x = 1300$ で最大値をとるので，利益が最大になる T シャツ 1 枚の価格は 1300 円である。



〔2〕

出題範囲	データの分析
難易度	★★★☆☆
所要時間	得意：5 分　　ふつう：6 分　　苦手：8 分
講評	センター試験でも問われているような問題であった。ただ，選択肢が紛らわしかったり判断するのが難しかったりしたものも多かった。データの特徴を丁寧に読み取るだけではなく，その読み取ったことを用いて深い考察をする必要があるものもあったが，内容は標準的であった。

(1) $\boxed{\text{シ}}$　**正解は ④**

図 1 を見ると，データの分布は右肩上がりになっている傾向にあるので，相関係数は正である。また，直線的な分布であるほど，相関係数は 1 に近づくので④が正解である。どのぐらいのデータの散らばりの時にどのくらいの相関係数の値になるかは，確認しておくとよいだろう。

(2) $\boxed{\text{う}}$　**正解は 各点と原点を通る直線のうち，傾きが最も大きいものを選ぶ。**

図 1 は x 軸が観光客を，y 軸が消費総額を表している。問題文をよく読むと，消費額単価は消費総額を観光客数で割ったものであることがわかる。また，1 次関数の傾きは y の増加量を x の増加量で割ったものであるから，原点と各点を結んだ直線の傾きは各県の消費総額をその県の観光客数で割れば求められる。このことから，各点と原点を結んだ直線の傾きは消費額単価となるので，これが一番大きいものを選べばよい。

(3) $\boxed{\text{ス}}$　**正解は ⑧**

(2)で考えたやり方で，それぞれの点と原点を通る直線を引き，傾きが一番大きいものを選べばよい。

(4) $\boxed{\text{セ}}$　**正解は ②，③**

正しいものを 2 つ選ぶことに注意が必要である。

⓪と①は，図 2 の箱ひげ図を見ても正しいとはいいきれない。

②に関して，県外からの観光客の消費額単価と県内からの観光客の消費額単価を比べるには，前者を y，後者を

x として図 3 に直線 $y = x$ を引いてみればよい。描いてみると，その直線よりも上にある点が全体の 4 分の 3 以上であることが分かるので，②は正しい。

③に関して，北海道，鹿児島県，沖縄県はどれも県外からの観光客の消費額単価が大きい 3 県なので，全体平均を押し上げており，41 県の平均値の方が 44 県の平均値より小さくなる。よって③は正しい。

④に関して，図 2，図 3 を見ると，県外からの観光客の消費額単価の散らばりのほうが大きいことが分かり，④は誤り。図 3 を見ると，県外からの観光客の消費額単価の散らばりのほうが小さく見えるが，目盛りの大きさが違うことに注意してほしい。

(5) $\boxed{\text{ソ}}$　**正解は ④**

　各選択肢について丁寧に正誤を判断したい。

⓪に関して，図 4 を見ると，データが左側に偏っているため，中央値よりも平均値の方が大きくなると考えられ，不適。

①に関して，図 4 のデータが右肩下がりにはなっていないので不適。

②に関して，図 4 を見るだけでは因果関係は認められないので，正しいとは言い切れず不適。

③に関して，行祭事・イベントの開催一回当たりの県外からの観光客数は，県外からの観光客数を行祭事・イベントの開催数で割った値である。行祭事・イベントの開催数が最も多い県の行祭事・イベントの開催数は約 145 回，県外からの観光客数は約 6500 千人なので，実際に計算すると約 45 千人となり，6000 千人を超えていないので不適。

④に関して，図 4 のデータが右肩上がりになっており，確かにこのような傾向がみられるので，これが正解。

平成 29 年度 大学入学共通テスト試行調査　数学ⅠA

第 3 問

出題範囲	確率
難易度	★★★☆☆
所要時間	得意：10 分　　ふつう：11 分　　苦手：13 分
講評	問題文が長いが基本的な確率の問題である。ただし，計算する数が大きかったり計算量が多かったりする問題も多く、丁寧に解答する必要があった。問題ごとに条件を整理し、その問題で自分が何を求めればよいのかを整理しながら問題を解くように心がけるといいだろう。

(1) ア イ ウ エ　**正解は $\frac{12}{13}$**

問題文中で④の道を選択する確率が $\frac{1}{13}$ と出ているので、余事象の考え方から、①を選択する確率は

$$1-\frac{1}{13}=\frac{12}{13}$$

(2) オ カ キ ク　**正解は $\frac{11}{13}$**

A 地点から D 地点へ向かうには、①の道を選択して C 地点にて②の道を選択するルートと、④の道を選択して E 地点にて⑤の道を選択するルートがある。ここで、C 地点にて②を選択する確率と、E 地点にて⑤を選択する確率を求めると、それぞれ $\frac{7}{8}$ と $\frac{1}{2}$ となる。これより、①②の道を行く確率は $\frac{12}{13}\times\frac{7}{8}=\frac{21}{26}$ であり、④⑤の道を行く確率は $\frac{1}{13}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{26}$ である。これを足して $\frac{11}{13}$ が正解である。

(3) ケ コ サ　**正解は $\frac{1}{22}$**

D 地点を通過するとき、その車が E 地点を通過していた条件付き確率を求めればよい。A 地点から E 地点を通過しかつ D 地点に到達する確率を、A 地点から D 地点に到達する確率で割ればよく、$\dfrac{\frac{1}{26}}{\frac{11}{13}}=\frac{1}{22}$ が正解である。

(4) シ ス セ ソ　**正解は $\frac{19}{26}$**

①の道路に渋滞があるので、①の道を選択する確率は $\frac{2}{3}$ 倍され、$\frac{8}{13}$ となる。余事象から、④の道を選択する確率は $\frac{5}{13}$ である。この条件の下で(2)と同じ解法で解答を求めると、$\frac{19}{26}$ となる。

(5) $\boxed{\text{タチツテ}}$ $\boxed{\text{トナニ}}$ **正解は 1440, 960**

A 地点で①を選択する確率は(1)で求めた通り、$\frac{12}{13}$であるので、今回 A 地点を出る車の総数が 1560 台であることを用いると、 $1560 \times \frac{8}{13} = 960$ である。

①に渋滞中の表示を出すと、(4)より、①を選択する確率は $\frac{8}{13}$ である。A 地点を出る車の総数が 1560 台であることを用いると、$1560 \times \frac{12}{13} = 1440$ である。

(6) $\boxed{\text{ヌ}}$ **正解は ③**

4 通りそれぞれの場合で、各道を通る車の台数を計算し、①、②、③を通る車が 1000 台を超えずに最大となる選択肢を選べばよい。②に渋滞表示をせず、⑦に渋滞表示をすると、⑤、⑥どちらに渋滞表示があったとしても、③を通る車の台数が 1000 台を超えてしまうので、②に渋滞表示をし、⑦は渋滞表示をしない。この条件においては、②を通過する車は、①が渋滞と表示されていることを考慮すると、560 台である。次に⑤と⑥のどちらの道に渋滞表示をするか考える。どちらにしても、③を通る車の台数は 1000 台を超えないので、より多くの車が③を取るようにするために、⑥に渋滞表示をし、⑤には渋滞表示をしない。

平成 29 年度 大学入学共通テスト試行調査　数学ＩA

第 4 問

出題範囲	図形の性質
難易度	★★★★☆
所要時間	得意：8 分　　ふつう：10 分　　苦手：15 分
講評	正四面体を題材として様々な図形の性質を考察させる問題。ア～カは穴埋め問題であり，誘導に則って考える。定理の名前を答えさせたり，論理と集合の問題が混じっていたりするのが特徴的だが難易度自体は容易。キは複数回答かつ一般的な命題を実際に落とし込んで考える必要があるため慣れていないと難しい。クは今までの誘導以外にも自分で考える必要があり，しっかりと証明しようとすると一手間かかるが，聞かれていることはそこまで複雑ではないため解答自体は容易。

(1) $\boxed{\text{ア}}$ $\boxed{\text{イ}}$　**正解は ③，③**

正四面体のそれぞれの面において，三角形の辺の中点を取り，それぞれの点を結んでいる。このとき，それぞれの面において。中点連結定理が成立し，四角形 FHJG の各辺の長さは正四面体 ABCD の各辺の長さの半分となる。

(2) $\boxed{\text{ウ}}$ $\boxed{\text{エ}}$ $\boxed{\text{オ}}$ $\boxed{\text{カ}}$　**正解は ⓪，(②，③（ 順不同 ）)，①**

四角形において，正方形であれば 4 辺の長さは等しいが，一方で 4 辺の長さが等しくとも，ひし形のこともあるため，正方形であるとは限らない。つまり，4 辺の長さが等しいことは，正方形であるための必要条件だが十分条件ではない。

また，三角形 AJC と三角形 AHD は合同で，二等辺三角形である。したがって，それぞれの三角形の底辺の中点である点 F と G に注目して頂点と結んだ線分 FJ と GH は等しいことが分かる。

(3) $\boxed{\text{キ}}$　**正解は ①，②**

下線部(a)から下線部(b)を導くとき，①より，「平面 ABI 上にあり点 I で交わる線分 AI と BI にそれぞれ垂直で点 I を通り，平面 ABI にない辺 CD は平面 ABI に垂直である」ことと，②より，「平面 ABI と辺 CD が点 I で交わっているとき，平面 ABI と辺 CD が垂直であれば，平面 ABI 上で点 I を通過する線分 EI と辺 CD は垂

直である」ことを言う。

(4) $\boxed{\text{ク}}$　　**正解は ⓪**

四面体 ABCD において，AB の中点 E と CD の中点 I について，EI と CD が垂直になる条件について正しく述べているものを考える。

太郎の条件 （AC=AD, BC=BD）では，三角形 BCD と三角形 ACD はそれぞれともに B, A を頂点とした二等辺三角形であり, したがって, 頂点から底辺の中点におろした線分はそれぞれ底辺と垂直に交わる。したがって, AI と CD は垂直，かつ，BI と CD も垂直であり，(3)より下線部(b)が成立する。

花子の条件 （BC=AD, AC=BD）では，3 辺の長さが等しいことから三角形 ABC≡三角形 BAD である。よって，三角形 AED≡三角形 BEC （BE=AE, BC＝AD，∠ABC=∠BAD）が成立する。ゆえに，ED=EC なので，三角形 ECD は E を頂点とした二等辺三角形であり，したがって，CD の中点 I と頂点 E を結んだ線分 EI は CD と直交する。

平成 29 年度 大学入学共通テスト試行調査　数学Ｉ A

第 5 問

出題範囲	整数の性質
難易度	★★★★☆
所要時間	得意：12 分　　ふつう：14 分　　苦手：16 分
講評	数字がある一定のルールで書き込まれた「方盤」において，主にユークリッドの互除法と一次不定方程式について問われた問題である。ア，イを通して「方盤」の性質を理解してからより発展的な問題に取り組む流れになる。エ以降は整数の余りの性質についての理解が問われ，とくに最後のサはそれぞれの行において一次不定方程式を立てて，それぞれの真偽を確かめる必要がある。

(1) $\boxed{\text{ア}}$ $\boxed{\text{イ}}$　**正解は 2，5**

方盤の A は 6 行 3 列目で，n は 8 であるから，当てはまる数は，$6\times3=18$ を 8 で割ったあまり 2 である。

また，5 行目に並んでいる数のうち，1 と書かれているのは，k 列目（$k=1,2,\cdots7$）とすると，$5k$ を 8 で割って 1 余ることより，$k=5$ である。

(2) $\boxed{\text{ウ}}$　**正解は ③**

方盤に 0 が現れないということは，$p\times q\ (p=1,2,\ldots n-1, q=1,2,\ldots n-1)$ が n で割り切れないことと等しく，これは，n が素数であるのと同値である。これは，

n は素数である

⇔整数 n は $2,3,4,\cdots,n-1$ とそれぞれ互いに素である

⇔整数 n はそれらの組み合わせの積に対してもそれぞれ互いに素である

といえるからである。

(3) (ｉ) $\boxed{\text{エ}}$　**正解は ⓪**

方盤の上から 27 行目で左からl列目が 56 で割って 1 余るというのは，数式にすると

$$27l=56m+1\ (m\text{は整数})$$

(ii) $\boxed{\text{オ}}$ $\boxed{\text{カ}}$ 　**正解は 2, 7**

(i)で得られた 1 次不定方程式を解く。このとき，ユークリッドの互除法により特殊解を発見する。

$$56 = 27 \times 2 + 2$$

$$27 = 13 \times 2 + 1$$

ゆえに，

$$1 = 27 - 13 \times 2$$

$$= 27 - 13 \times (56 - 27 \times 2)$$

つまり，

$$27 \times 27 - 13 \times 56 = 1$$

であり，特殊解は $(l = 27, m = 13)$ である。

求める解はこのまま，$l = 27$ となる。

(4) (i) $\boxed{\text{キ}}$ $\boxed{\text{ク}}$ 　**正解は 7, 7**

$24l$ が 56 の倍数であるのは，$24 = 2^3 \times 3$，$56 = 2^3 \times 7$ より，l が 7 の倍数のときである。

したがって，24 行目には，24 は 7 と互いに素であることをふまえ，7 の倍数の列に 0 が並び，この個数は 7 である。

(ii) $\boxed{\text{ケコ}}$ 　**正解は 28**

0 の個数が最も多いのは，$56 = 2^3 \times 7$ の公約数のうち，56 以外で最も数が大きい行に等しく，これは 28 行目である。28 行目では，2 の倍数すなわち偶数列目に 0 が並ぶことになる。

(5) $\boxed{\text{サ}}$ 　**正解は 1, 2, 4, 5**

⓪ : 5 行目に存在する数は 5 の倍数であり，$5l\ (l = 1,2\ldots 55)$ は 56 では割り切れないため 5 行目には 0 は存在しない。

①：6 行目に存在する数は 6 の倍数であり，$6l\ (\ l=1,2\cdots 55\ )$ のうち，$l=28$ のとき，これは 56 で割り切れるため 6 行目には 0 は存在する。

②：$9l=56m+1$ の一次不定方程式の一般解は，$l=25+56k,\ m=4+9k$ (kは整数) である。ゆえに，9 行目の 25 列目には 1 が当てはまる。

③：$10l=56m+1$ の一次不定方程式の一般解は存在しない。ゆえに，10 行目には 1 が存在しない。

④：$15l=56m+7$ の一次不定方程式の一般解は，$l=105+56k,\ m=28+15k$ (k は整数) である。ゆえに，15 行目の 49 列目は 7 が当てはまる。

⑤：$21l=56m+7$ の一次不定方程式の一般解は，$l=11+8k, m=4+3k$ (kは整数) である。ゆえに，21 行目の $3, 11, 19\cdots$ 列目は 7 が当てはまる。