2018 年度 センター試験 本試験 数学 I · 数学 A

第 1 問

〔1〕

出題範囲	式の計算
難易度	★★★★☆
所要時間	得意：3 分　　ふつう：4 分　　苦手：5 分
傾向と対策	計算量も多く，短時間で全問正解するのは大変であっただろう。誘導にすんなり乗れるかがカギ。

解説

$$(x+n)(n+5-x) = xn + x(5-x) + n^2 + n(5-x) = x(5-x) + n^2 + \mathbf{5}\,n$$

これに $n=1$，$n=2$ を代入すると，それぞれ

$$(x+1)(6-x) = x(5-x) + 6$$

$$(x+2)(7-x) = x(5-x) + 14$$

となる。したがって，$X = x(5-x)$ とおくと，

$A = x(5-x)(x+1)(6-x)(x+2)(7-x) = X(X+\mathbf{6})(X+\mathbf{14})$

と表せる。

$x = \dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$ のとき，$X = \dfrac{5+\sqrt{17}}{2}\cdot\dfrac{5-\sqrt{17}}{2} = \dfrac{25-17}{4} = \mathbf{2}$ であるから，

$$A = 2(2+6)(2+14) = 2\cdot 8\cdot 16 = 2^{\mathbf{8}}$$

ア	5
イ	6
ウエ	14
オ	2
カ	8

〔2〕

出題範囲	集合と命題
難易度	★★★☆☆
所要時間	得意：3 分　　ふつう：5 分　　苦手：6 分
傾向と対策	集合の関係は，実際に数え上げるのが普通だが，集合で成り立つ分配法則等を知っていれば早く解けたであろう。

解説

(1) 例えば，5 は 20 の約数であるので A の要素であるが，偶数ではないので C の要素ではない。

したがって，(a) $A \subset C$ は誤である。

また，20 は 3 を素因数にもたないので，

(b) $A \cap B = \varnothing$ は正しい。よって，$\boxed{\text{キ}}$ は 2

A，B，C を書き下すと，

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

であるから，$A \cup C = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ であり，

$(A \cup C) \cap B = \{6, 12, 18\}$ となるから，(c) は正である。

さらに，$\bar{A} = \{3, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$ であるから，

$\bar{A} \cap C = \{6, 8, 12, 14, 16, 18\}$ なので $(\bar{A} \cap C) \cup B = \{6, 12, 18\}$

一方，$B \cup C = \{6, 12, 18\}$ であるから，

$\bar{A} \cap (B \cup C) = \{6, 12, 18\}$

したがって，(d) も正である。よって，$\boxed{\text{ク}}$ は 0

(2) 条件 p を解くと，$x < 0$ または $4 < x$，が得られる。

したがって，q または r であることは，p であるための 2 **必要十分条件である** 。

また，条件 s を解くと，$x < -2$ または $2 < x$，が得られる。

よって，$s \Rightarrow r$ は偽だが，$r \Rightarrow s$ は真。したがって，q または r であることは，p であるための 0 **必要条件であるが，十分条件ではない** 。

キ	②
ク	⓪
ケ	②
コ	⓪

〔3〕

出題範囲	2 次関数
難易度	★★★☆☆
所要時間	得意：4 分　　ふつう：6 分　　苦手：7 分
傾向と対策	2 次関数の最小値についての問題。定数 a の値によってグラフの軸が動く場合で適切な考察ができるかどうかが問われた。

解説

$$f(x) = ax^2 - 2(a+3)x - 3a + 21$$
$$= a\left\{x - 2\left(1 + \frac{3}{a}\right)\right\}^2 - 4a + 15 - \frac{9}{a}$$

よって，$y = f(x)$ のグラフの頂点の x 座標 p は $p = \mathbf{1} + \dfrac{\mathbf{3}}{a}$ である。

サ $+ \dfrac{\text{シ}}{a}$	$1 + \dfrac{3}{a}$

$0 \leqq x \leqq 4$ における $f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるとき，$a > 0$ であるから，$y = f(x)$ のグラフの軸は $x = 4$ の右側にある。よって

$$4 \leqq 1 + \frac{3}{a} \quad \text{ゆえに}\ a \leqq 1$$

$a > 0$ であることとあわせて，$0 < a \leqq \mathbf{1}$

$0 \leqq x \leqq 4$ における $f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるとき，$a > 0$ であるから，$y = f(x)$ のグラフの軸は $x = 0$ と $x = 4$ の間にある。よって

$$0 \leqq 1 + \frac{3}{a} \leqq 4 \quad \text{ゆえに}\ \mathbf{1} \leqq a$$

$0 < a \leqq$ ス	$0 < a \leqq 1$
セ $\leqq a$	$1 \leqq a$

$0 \leqq x \leqq 4$ における $f(x)$ の最小値が 1 となる a の値を求める。

最小値が $f(4)$ のとき，

$$f(4) = 16a - 8(a+3) - 3a + 21 = 5a - 3$$

であるから，$5a - 3 = 1$　ゆえに $a = \dfrac{4}{5}$

これは $0 < a \leqq 1$ をみたす。

$f(x)$ の最小値が $f(p)$ のとき

$$f(p) = -4a + 15 - \frac{9}{a}$$

であるから，$-4a + 15 - \dfrac{9}{a} = 1$　ゆえに $a = \dfrac{7 \pm \sqrt{13}}{4}$

ここで，$1 < \dfrac{7+\sqrt{13}}{4}$ であるが，$1 > \dfrac{7-\sqrt{13}}{4}$ であるので，適切な a の値は $a = \dfrac{7+\sqrt{13}}{4}$ のみである。

以上より，求める a の値は $a = \dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}$, $\dfrac{\mathbf{7}+\sqrt{\mathbf{13}}}{\mathbf{4}}$ である。

$\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$	$\dfrac{4}{5}$
$\dfrac{\boxed{チ}+\sqrt{\boxed{ツテ}}}{\boxed{ト}}$	$\dfrac{7+\sqrt{13}}{4}$

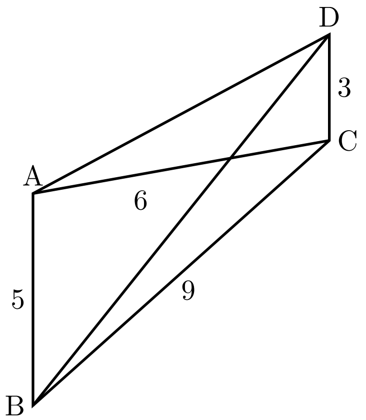
(鈴木陽大，青木徹)

2018年度 センター試験 本試験 数学 I · 数学A

第2問

〔1〕

出題範囲	三角比
難易度	★★★☆☆
所要時間	得意：5 分　　ふつう：7 分　　苦手：8 分
傾向と対策	台形を題材にした三角比の問題。台形であることを使うのは最後の空欄だけだが，平行線の錯角の性質を使うのは少し慣れなかったかもしれない。



解説

三角形 ABC に余弦定理を適用して

$$6^2 = 5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \cos\angle\mathrm{ABC}$$

$$\cos\angle\mathrm{ABC} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{9}}$$

三角比の関係より

$$\sin^2\angle\mathrm{ABC} = 1 - \cos^2\angle\mathrm{ABC} = 1 - \left(\frac{7}{9}\right)^2 = \frac{32}{81}$$

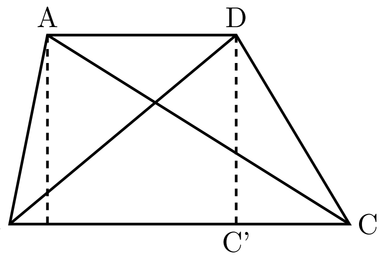
$0^\circ < \angle\mathrm{ABC} < 180^\circ$ であるので $\sin\angle\mathrm{ABC} = \dfrac{\mathbf{4}\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{9}}$ である。

$\dfrac{\text{ア}}{\text{イ}}$, $\dfrac{\text{ウ}\sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}$	$\dfrac{7}{9}$, $\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$

$\mathrm{CD} = 3 = \dfrac{27}{9}$，$\mathrm{AB} \cdot \sin \angle \mathrm{ABC} = 5 \cdot \dfrac{4\sqrt{2}}{9} = \dfrac{20\sqrt{2}}{9}$ である。

$27^2 = 729$，$(20\sqrt{2})^2 = 800$ より，$27 < 4\sqrt{2}$ である。

つまり，$\mathrm{CD} < \mathrm{AB} \cdot \sin \angle \mathrm{ABC}$ で，$\boxed{\text{カ}}$ の答えは 0 である。



辺 AD と辺 BC が平行のときを考える。点 D から辺 BC に下ろした垂線の足を C' とする。CD の長さは $\mathrm{CC'} = \mathrm{AB} \cdot \sin \angle \mathrm{ABC}$ 以上，つまり $\mathrm{CD} \geqq \mathrm{AB} \cdot \sin \angle \mathrm{ABC}$ である。よって，辺 AB と辺 CD が平行，すなわち $\boxed{\text{キ}}$ の答は 4 である。

辺 AB と辺 CD が平行なので，平行線の錯角の性質より，

$\angle \mathrm{ABC} + \angle \mathrm{BCD} = 180^\circ$ である。よって

$$\cos \angle \mathrm{BCD} = \cos (180^\circ - \angle \mathrm{ABC}) = -\cos \angle \mathrm{ABC} = -\frac{7}{9}$$

カ，キ	0，4

三角形 BCD に余弦定理を適用して

$$\begin{aligned} \mathrm{BD}^2 &= 9^2 + 3^2 - 2 \cdot 9 \cdot 3 \cdot \cos \angle \mathrm{BCD} \\ &= 90 - 54 \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) = 132 \end{aligned}$$

$\mathrm{BD} > 0$ であるから，$\mathrm{BD} = \mathbf{2}\sqrt{\mathbf{33}}$

ク$\sqrt{\text{ケコ}}$	$2\sqrt{33}$

〔2〕

出題範囲	データの分析
難易度	★★★☆☆
所要時間	得意：4 分　　ふつう：5 分　　苦手：6 分
傾向と対策	例年通りの出題である。正解の選択肢が後半にあるので，前から検証していくと意外と時間を取られる。

解説

(1) 1 つずつ検証していくのがよい。

⓪ 範囲が最大なのは男子短距離の 152〜202 である。よって×。

① 四分位範囲は 12 未満である。よって○。

② 男子長距離グループの中央値は 176 だが，度数最大の階級は 180〜185 である。よって×。

③ 女子長距離の四分位数は 161 だが，度数最大の階級は 165〜169 である。よって×。

④ 全ての選手の中で最も身長が高い選手は男子短距離の 202 である。よって×。

⑤ 全ての選手の中で最も身長が低い選手は女子短距離の 145 である。よって×。

⑥ 男子短距離グループの中央値と男子長距離グループの第 3 四分位数はともに 180 以上 182 未満である。よって○。

したがって，答えは① ,⑥ 。

サ，シ	①,⑥(順不同)

(2) これも 1 つずつ検証していくのがよいが，(a)，(b)，(c)，(d) が，それぞれ男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離のいずれに対応しているのかを考える必要がある。

(a)，(b)，(c)，(d) を見ると，Z の最大値が大きいのが (a)，(c) で，Z の最小値が小さいのが (b)，(d) である。

図 3 と照らし合わせて，(a)，(c) が男子，(b)，(d) が女子だと分かる。

最大値が l_1 の直線状にあるのが，男子短距離なので，(a) が男子短距離で，(c) が男子長距離である。

(b)，(d) は Z の最大値が明らかに異なるので，そこから (b) が女子短距離で，(d) が女子長距離であると判別できる。

以下，選択肢を 1 つずつ検証していく。

⓪ X と W に負の相関はない。よって×。

① Z の中央値が一番大きいのは，(a) なので，男子短距離である。よって×。

② Z の範囲が最小なのは，(d) なので，女子長距離である。よって×。

③ Z の範囲が最小なのは，肉眼では判別が難しいが，明らかに (a) ではないので，男子短距離ではない。よって×。

④ 女子長距離グループは (d) なので，すべての Z の値は 25 より小さい。よって○。

⑤ 男子長距離グループは (c) である。よって○。

したがって，答えは④，⑤。

ス，セ	④，⑤(順不同)

(3)

$$(x_1 - \bar{x})(w_1 - \bar{w}) + (x_2 - \bar{x})(w_2 - \bar{w}) + \cdots + (x_n - \bar{x})(w_n - \bar{w})$$

$$= x_1w_1 + x_2w_2 + \cdots + x_nw_n - (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)\bar{w} - (w_1 + w_2 + \cdots + w_n)\bar{x} + n\bar{x}\bar{w}$$

$$= x_1w_1 + x_2w_2 + \cdots + x_nw_n - n\bar{x}\bar{w}$$

したがって，答えは②。

ソ	②

(辻啓吾，寺内一記)

2018 年度 センター試験 本試験 数学 I · 数学 A

第 3 問

出題範囲	条件付き確率
難易度	★★★☆☆
所要時間	得意：7 分　　ふつう：10 分　　苦手：12 分
傾向と対策	条件付き確率を求めるという，センターでは王道的な問題である。条件付き確率の分野をきちんと理解しているならばそれほど難しくないだろう。他の大問と比べ簡単であるから，大事な得点源であり，なるべく短い時間で解いてしまいたい。焦って大小のさいころをきちんと区別するのを忘れないよう気をつけよう。

解説

(1) 事象 A, B, C を言いかえると

A:大きいさいころは 4 の目，小さいさいころは 1〜6 の目が出る。

B:さいころの出た目が「1 と 6」「2 と 5」「3 と 4」のいずれかである。

C:さいころの出た目が「3 と 6」「4 と 5」のいずれかである。

事象 B, C ではさいころを区別することに注意して，事象 A, B, C の起こる確率は，それぞれ

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{2 \cdot 3}{6^2} = \frac{1}{6}$$

$$P(C) = \frac{2 \cdot 2}{6^2} = \frac{1}{9}$$

$\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$	$\frac{1}{9}$

(2) $$P(A \cap C) = \frac{1}{36}$$

事象 C が起こったときの事象 A が起こる条件付き確率 $P_C(A)$ は

$$P_C(A) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{9}} = \frac{1}{4}$$

事象 A が起こったときの事象 C が起こる条件付き確率 $P_A(C)$ は

$$P_A(C) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}$$

$\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$	$\frac{1}{6}$

(3)
$$P(A\cap B)=\frac{1}{36}=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=P(A)P(B)$$

したがって，答えは1 。

$$P(A\cap C)=\frac{1}{36}>\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{9}=P(A)P(C)$$

したがって，答えは2 。

サ	1
シ	2

(4)
$$P(\overline{A}\cap C)=P(A)-P(A\cap C)=\frac{1}{9}-\frac{1}{36}=\frac{1}{12}$$

1 回目に事象 $A\cap B$ が起こり，2 回目に事象 $\overline{A}\cap C$ が起こる確率は

$$P(A\cap B)\cdot P(\overline{A}\cap C)=\frac{1}{36}\cdot\frac{1}{12}=\mathbf{\frac{1}{432}}$$

$$P(\overline{A}\cap B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{1}{6}-\frac{1}{36}=\frac{5}{36}$$

1 回目に事象 $A\cap C$ が起こり，2 回目に事象 $\overline{A}\cap B$ が起こる確率は

$$P(A\cap C)\cdot P(\overline{A}\cap B)=\frac{1}{36}\cdot\frac{5}{36}=\frac{5}{36^2}$$

それぞれについて 1 回目と 2 回目が逆になる場合も考えるので，3 つの事象 A，B，C がいずれもちょうど 1 回ずつ起きる確率は

$$2\cdot\left(\frac{1}{432}+\frac{5}{36^2}\right)=2\cdot\left(\frac{3}{36^2}+\frac{5}{36^2}\right)=\frac{16}{36^2}=\mathbf{\frac{1}{81}}$$

$\dfrac{\text{ス}}{\text{セソタ}}$	$\dfrac{1}{432}$
$\dfrac{\text{チ}}{\text{ツテ}}$	$\dfrac{1}{81}$

(江崎ゆり子，松下祐樹)

2018 年度 センター試験 本試験 数学 I · 数学 A

第 4 問

出題範囲	整数の性質
難易度	★★★☆☆
所要時間	得意：7 分　　ふつう：10 分　　苦手：12 分
傾向と対策	例年通り，1 次不定方程式や素因数分解を問われた。ユークリッドの互除法などの知識をうまく使うことができれば，少ない計算量で解けただろう。

解説

ア	4
イ	3
ウ	2
エオ	15

(1) $144 = 2^{\mathbf{4}} \cdot \mathbf{3}^{\mathbf{2}}$

であり，144 の正の約数の個数は $(4+1)(2+1) = \mathbf{15}$

(2) ユークリッドの互除法より

$$144 = 7 \cdot 20 + 4$$

これを不定方程式 $144x - 7y = 1$ ······· ① に代入して

$$(7 \cdot 20 + 4)x - 7y = 1$$

$$7(20x - y) + 4x = 1$$

ここで，$z = 20x - y$ とおくと

$$7z + 4x = 1$$

これは特殊解として $z = -1$，$x = 2$ をもつ。

これを $z = 20x - y$ に代入すると $y = 41$ よって，$144 \cdot 2 - 7 \cdot 41 = 1$ ······· ②

① − ② より，

$$144(x - 2) - 7(y - 41) = 0$$

カ	2
キク	41
ケ	7
コサシ	144

144 と 7 は互いに素であるので，x, y の整数解は，

$$x = \mathbf{7}\,k + 2,\ y = \mathbf{144}\,k + 41\ (k\ \text{は整数})$$

よって，x の絶対値は最小となるのは $k = 0$ のときで，

このとき $x =$ **2** , $y =$ **41** である。

(3) 144 の倍数を $144a$(a は自然数) と表すとする。$144a$ を 7 で割った余りが 1 になるとき，b を自然数として

$$144a = 7b + 1$$

と表される。

この不定方程式を満たす a の条件は (2) より，$a = 7l + 2$ (l は 0 以上の整数) と書ける。

$l = 0$ のとき

$144 \cdot 1 = 2^4 \cdot 3^2$ となる。(1) より 144 の正の約数の個数は 15 個である。

$l = 1$ のとき

$144 \times 2 = 2^5 \cdot 3^2$ となる。これの正の約数の個数は $(5+1)(2+1) = 18$ 個となる。

よって，$144 \times$ **2** が正の約数の個数が 18 個である最小のものである。

$l = 2$ のとき

$144 \times 9 = 2^4 \cdot 3^4$ となるので，これ正の約数の個数は 25 個となる。

$l = 3$ のとき

$144 \times 23 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 23$ となるので，これの正の約数の個数は

$(4+1)(2+1)(1+1) = 30$ 個となる。

よって，$144 \times$ **23** が正の約数の個数が 30 個である最小のものである。

ス	2
セソ	23

(青木徹，江崎ゆり子)

2018 年度 センター試験 本試験 数学Ⅰ・数学 A

第 5 問

出題範囲	三角形の性質／円の性質
難易度	★★★☆☆
所要時間	得意：7 分　　ふつう：10 分　　苦手：12 分
傾向と対策	「比」に関する幅広い知識と応用力が問われている。脳の引き出しからしかるべき公式を瞬時に取り出せるかがカギとなる。そのためには実戦練習を積むことが一番の近道だ。

解説

$\dfrac{\text{ア}\sqrt{\text{イ}}}{\text{ウ}}$	$\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$
$\dfrac{\text{エオ}}{\text{カ}}$	$\dfrac{20}{9}$
$\dfrac{\text{キク}}{\text{ケ}}$	$\dfrac{10}{9}$

コ	0
サ	4

AD は ∠BAC の二等分線より，

$$\mathrm{BD} = \frac{2}{3} \times \sqrt{5} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

また，方べきの定理より，

$$\mathrm{AB} \cdot \mathrm{BE} = \mathrm{BD}^2 = \frac{20}{9}$$

$$\mathrm{BE} = \frac{10}{9}$$

$$\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BD}} = \frac{10}{9} \cdot \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

ゆえに

$$\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BD}} < \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$$

よって，$\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるのは 0 。ここで，点 D から辺 AB に下ろした交点の足を E′ とする。

△ABC ∽ △E′BD より，

$$\frac{\mathrm{BE'}}{\mathrm{BD}} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$$

$\dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BD}} < \dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$ であるから，

$$\frac{\mathrm{BE'}}{\mathrm{BD}} > \frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BD}} \Leftrightarrow \mathrm{BE'} > \mathrm{BE}$$

よって，AC // E′D とあわせて，直線 AC と直線 DE の交点は C の側にあり，$\boxed{\text{サ}}$ にあてはまるものは 4 。

メネラウスの定理より，

$$\frac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AF}} \cdot \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{EB}} \cdot \frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{DC}} = 1$$

$$\frac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AF}} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{1} = 1$$

$$\frac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AF}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{8}}$$

$\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$	$\frac{5}{8}$
$\frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$	$\frac{5}{3}$

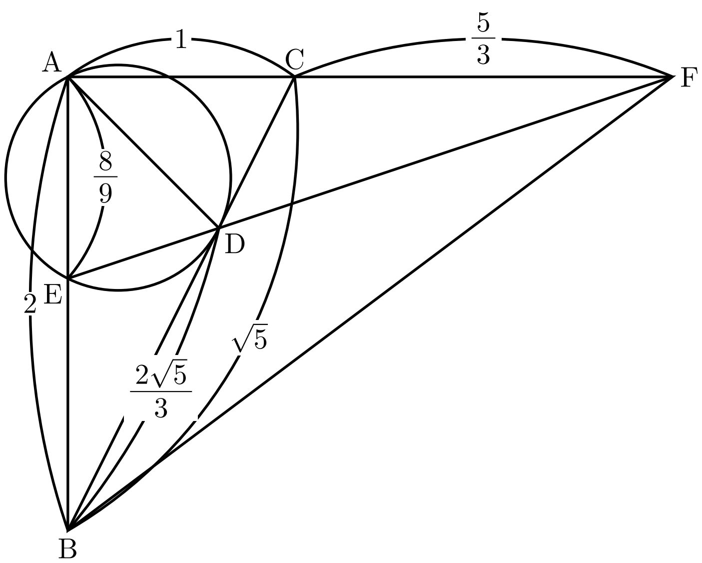
また，

$$\mathrm{CF} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}$$

$$\frac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AC}} = \frac{\mathrm{BF}}{\mathrm{AB}} \Leftrightarrow \mathrm{BA} : \mathrm{BF} = \mathrm{CA} : \mathrm{CF}$$

より，線分 BC は ∠ABF の二等分線。線分 AD が ∠BAC の二等分線であることと合わせて，点 D は △ABF の内心である。よって $\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものは ① 。

タ	①



(寺内一記，遠藤一真)