2018年度 センター試験 本試験 数学I

作成日：2018年1月14日（日）

第1問　多項式の計算・集合の要素

〔1〕

出題範囲	式の計算
難易度	★★★★☆
所要時間	5分
傾向と対策	計算量も多く，短時間で全問正解するのは大変であっただろう。誘導にすんなり乗れるかがカギ。

解説

(1)

$$(x+n)(n+5-x)=xn+x(5-x)+n^2+n(5-x)=x(5-x)+n^2+\mathbf{5}n$$

これに $n=1$，$n=2$ を代入すると，それぞれ，

$$(x+1)(6-x)=x(5-x)+6$$

$$(x+2)(7-x)=x(5-x)+14$$

となる。したがって，$X=x(5-x)$ とおくと，

$A=x(5-x)(x+1)(6-x)(x+2)(7-x)=X(X+\mathbf{6})(X+\mathbf{14})$

と表せる。

$x=\dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$ のとき，$X=\dfrac{5+\sqrt{17}}{2}\cdot\dfrac{5-\sqrt{17}}{2}=\dfrac{25-17}{4}=\mathbf{2}$ であるから，

$$A=2(2+6)(2+14)=2\cdot 8\cdot 16=2^{\mathbf{8}}$$

©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

(2) $(x+1)(x+2)(6-x)(7-x)=-16$ のとき

$$(X+6)(X+14)=-16$$

$$X^2+20X+100=0$$

$$(X+10)^2=0$$

$$X=-10$$

したがって，

$$x(5-x)=\mathbf{-10}$$

$$x(5-x)=-10$$

$$x^2-5x-10=0$$

解の公式より，$x=\dfrac{\mathbf{5\pm\sqrt{65}}}{\mathbf{2}}$

ア	5
イ	6
ウエ	14
オ	2
カ	8
キクケ	-10
$\dfrac{\text{コ}\ \pm\sqrt{\text{サシ}}}{\text{ス}}$	$\dfrac{5\pm\sqrt{65}}{2}$

©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

〔2〕

出題範囲	集合と命題
難易度	★★★☆☆
所要時間	5 分
傾向と対策	集合の関係は，実際に数え上げるのが普通だが，集合で成り立つ分配法則等を知っていれば早く解けたであろう。

解説

(1) 例えば，5 は 20 の約数であるので A の要素であるが，偶数ではないので C の要素ではない。

したがって，$A \subset C$ は誤である。

また，20 は 3 を素因数に持たないので，

$A \cap B = \varnothing$ は正しい。よって，セは ②。

A, B, C を書き下すと，

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

であるから，$A \cup C = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ であり，

$(A \cup C) \cap B = \{6, 12, 18\}$ となるから，(c) は正である。

さらに，$\bar{A} = \{3, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$ であるから，

$\bar{A} \cap C = \{6, 8, 12, 14, 16, 18\}$ なので $(\bar{A} \cap C) \cup B = \{6, 12, 18\}$

一方，$B \cup C = \{6, 12, 18\}$ であるから，

$\bar{A} \cap (B \cup C) = \{6, 12, 18\}$

したがって，(d) も正である。よって，ソは ⓪。

(2) 条件 p を解くと，$x < 0$ または $4 < x$，が得られる。

したがって，q または r であることは，p であるための ② 必要十分条件である 。

また，条件 s を解くと，$x < -2$ または $2 < x$，が得られる。

よって，$s \Rightarrow r$ は偽だが，$r \Rightarrow s$ は真。したがって，q または r であることは，p であるための ⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない 。

©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

セ	②
ソ	⓪
タ	②
チ	⓪

©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

2018年度 センター試験 本試験 数学I

作成日：2018年1月14日（日）

第2問　2次関数の最小値

出題範囲	2次関数
難易度	★★★☆☆
所要時間	15分
傾向と対策	2次関数の最小値についての問題。定数 a の値によって軸が動く場合で適切な考察ができるかどうかが問われた。後半は2次関数のグラフの x 軸との交点の問題であり，標準的である。グラフと判別式・頂点の関係が理解できているかが問われた。

解説

(1)

$$f(x) = ax^2 - 2(a+3)x - 3a + 21$$
$$= a\left\{x - 2\left(1 + \frac{3}{a}\right)\right\}^2 - 4a + 15 - \frac{9}{a}$$

よって，$y = f(x)$ のグラフの頂点の x 座標 p は $p = \mathbf{1} + \frac{\mathbf{3}}{a}$ である。

ア $+ \frac{\text{イ}}{a}$	$1 + \frac{3}{a}$

$0 \leqq x \leqq 4$ における $f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるとき，$a > 0$ であるから，$y = f(x)$ のグラフの軸は $x = 4$ の右側にある。よって

$$4 \leqq 1 + \frac{3}{a} \quad \therefore\ a \leqq 1$$

$a > 0$ であることとあわせて，$0 < a \leqq \mathbf{1}$

$0 \leqq x \leqq 4$ における $f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるとき，$a > 0$ であるから，$y = f(x)$ のグラフの軸は $x = 0$ と $x = 4$ の間にある。よって

$$0 \leqq 1 + \frac{3}{a} \leqq 4 \quad \therefore\ \mathbf{1} \leqq a$$

$0 < a \leqq$ ウ	$0 < a \leqq 1$
エ $\leqq a$	$1 \leqq a$

$0 \leqq x \leqq 4$ における $f(x)$ の最小値が 1 となる a の値を求める。最小値が $f(4)$ のとき，

$$f(4) = 16a - 8(a+3) - 3a + 21 = 5a - 3$$

であるから，$5a - 3 = 1 \quad \therefore\ a = \frac{4}{5}$

これは $0 < a \leqq 1$ をみたす。

©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

$\dfrac{\text{オ}}{\text{カ}}$	$\dfrac{4}{5}$
$\dfrac{\text{キ}+\sqrt{\text{クケ}}}{\text{コ}}$	$\dfrac{7+\sqrt{13}}{4}$

$f(x)$ の最小値が $f(p)$ のとき

$$f(p) = -4a + 15 - \frac{9}{a}$$

であるから，$-4a + 15 - \dfrac{9}{a} = 1 \quad \therefore a = \dfrac{7 \pm \sqrt{13}}{4}$

ここで，$1 < \dfrac{7+\sqrt{13}}{4}$ であるが，$1 > \dfrac{7-\sqrt{13}}{4}$ であるので，適切な a の値は $a = \dfrac{7+\sqrt{13}}{4}$ のみである。

以上より，求める a の値は $a = \mathbf{\dfrac{4}{5}}, \mathbf{\dfrac{7+\sqrt{13}}{4}}$ である。

(2) 関数 $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わるとき，頂点の y 座標は負である。つまり

$$-4a + 15 - \frac{9}{a} < 0$$

$a > 0$ であるので

$$-4a^2 + 15a - 9 < 0$$

$$4a^2 - 15a + 9 > 0$$

$$(4a-3)(a-3) > 0$$

$$a < \frac{3}{4},\ 3 < a$$

$a > 0$ とあわせて $0 < a < \mathbf{\dfrac{3}{4}}$，$\mathbf{3} < a$

$f(x) = ax^2 - 2(a+3)x - 3a + 21 = 0$ の解は

$$x = \frac{a+3 \pm \sqrt{D}}{a}$$

である。ただし，$D = (a+3)^2 - a(-3a+21) = 4a^2 - 15a + 9$ である。よって

$$L = \frac{a+3+\sqrt{D}}{a} - \frac{a+3-\sqrt{D}}{a}$$
$$= \frac{2\sqrt{D}}{a}$$

よって，不等式

$$2 < \frac{2\sqrt{D}}{a} < 4$$

を解けばよい。$a > 0$ であり，$2 > 0, \sqrt{D} > 0, 4 > 0$ であるから

$$a^2 < 4a^2 - 15a + 9 < 4a^2$$

©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

である。右側の不等式は

$$4a^2 - 15a + 9 < 4a^2$$

$$\therefore\ \frac{3}{5} < a$$

左側の不等式は

$$a^2 < 4a^2 - 15a + 9$$

$$a^2 - 5a + 3 > 0$$

$$\therefore\ a < \frac{5-\sqrt{13}}{2},\ \frac{5+\sqrt{13}}{2} < a$$

よって，求める a の範囲は

$$\frac{3}{5} < a < \frac{5-\sqrt{13}}{2},\ \frac{5+\sqrt{13}}{2} < a$$

$0 < a < \frac{サ}{シ},\ ス < a$	$0 < a < \frac{3}{4}, 3 < a$
$\frac{セ}{ソ} < a < \frac{タ - \sqrt{チツ}}{テ}$	$\frac{3}{5} < a < \frac{5-\sqrt{13}}{2}$
$\frac{ト + \sqrt{ナニ}}{ヌ} < a$	$\frac{5+\sqrt{13}}{2} < a$

©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

2018年度 センター試験 本試験 数学I

作成日：2018年1月14日（日）

第3問　三角形の面積比

出題範囲	三角比
難易度	★★★☆☆
所要時間	15分
傾向と対策	何を求めるべきか丁寧に誘導されているので，公式を当てはめていけば解けるようになっている。三角比の公式の使い方に慣れておくことが大事である。

解説

(1)

余弦定理より

$$\cos\angle\mathrm{BAC} = \frac{\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2-\mathrm{BC}^2}{2\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}} = \frac{36+9-21}{2\cdot 6\cdot 3} = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

また，$\sin\angle\mathrm{BAC} > 0$ なので

$$\sin\angle\mathrm{BAC} = \sqrt{1-\cos^2\angle\mathrm{BAC}} = \sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \mathbf{\frac{\sqrt{5}}{3}}$$

$\frac{ア}{イ}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{\sqrt{ウ}}{エ}$	$\frac{\sqrt{5}}{3}$

©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

(2)

AH ⊥ CH より

$$\mathrm{AH} = \mathrm{AC} \cdot \cos\angle\mathrm{BAC}$$
$$= 3 \cdot \frac{2}{3}$$
$$= \mathbf{2}$$

$$\mathrm{CH} = \mathrm{AC} \cdot \sin\angle\mathrm{BAC}$$
$$= 3 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}$$
$$= \sqrt{\mathbf{5}}$$

△AHD は AH = HD である直角二等辺三角形なので

$$\mathrm{AD} = \mathrm{AH} \cdot \sqrt{2}$$
$$= \mathbf{2}\sqrt{\mathbf{2}}$$

また

$$\mathrm{CD} = \mathrm{CH} - \mathrm{HD}$$
$$= \sqrt{\mathbf{5}} - \mathbf{2}$$

ここで，CD を底辺，AH を高さと考えて

$$\triangle\mathrm{ACD}\text{ の面積} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{CD} \cdot \mathrm{AH}$$
$$= \sqrt{\mathbf{5}} - \mathbf{2}$$

となる。一方

$$\triangle\mathrm{ACD}\text{ の面積} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{AC} \cdot \mathrm{AD} \cdot \sin\angle\mathrm{CAD}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sin\angle\mathrm{CAD}$$

であるから

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2}\sin\angle\mathrm{CAD} = \sqrt{5} - 2$$

オ	2
$\sqrt{\text{カ}}$	$\sqrt{5}$
キ$\sqrt{\text{ク}}$	$2\sqrt{2}$
$\sqrt{\text{ケ}}$ − コ	$\sqrt{5}-2$
$\sqrt{\text{サ}}$ − シ	$\sqrt{5}-2$
$\dfrac{\sqrt{\text{スセ}} - \text{ソ}\sqrt{\text{タ}}}{\text{チ}}$	$\dfrac{\sqrt{10}-2\sqrt{2}}{6}$
$\dfrac{\text{ツ}\sqrt{\text{テ}}}{\text{ト}}$	$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$
$\dfrac{\sqrt{\text{ナ}} - \text{ニ}}{\text{ヌ}}$	$\dfrac{\sqrt{5}-2}{3}$

©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

となる。よって

$$\begin{aligned}\sin\angle\mathrm{CAD} &= 2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2\sqrt{2}}(\sqrt{5}-2)\\ &= \frac{\sqrt{5}-2}{3\sqrt{2}}\\ &= \frac{\sqrt{10}-2\sqrt{2}}{6}\end{aligned}$$

となる。

正弦定理より，$\triangle\mathrm{ACD}$ の外接円の半径を R とすると

$$2R = \frac{\mathrm{CD}}{\sin\angle\mathrm{CAD}}$$

となる。よって

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{CD}}{2\sin\angle\mathrm{CAD}} &= \frac{\sqrt{5}-2}{2\cdot\dfrac{\sqrt{5}-2}{3\sqrt{2}}}\\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

また

$$\begin{aligned}\frac{\triangle\mathrm{ACF}\text{ の面積}}{\triangle\mathrm{AEF}\text{ の面積}} &= \frac{\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{AF}\cdot\mathrm{AC}\cdot\sin\angle\mathrm{CAF}}{\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{AF}\cdot\mathrm{AE}\cdot\sin\angle\mathrm{EAF}}\\ &= \frac{\mathrm{AC}\sin\angle\mathrm{CAF}}{\mathrm{AE}\sin\angle\mathrm{EAF}}\end{aligned}$$

である。

ここで，$\triangle\mathrm{AHD}$ は $\angle\mathrm{H}=90^\circ$ の直角二等辺三角形であるから

$$\angle\mathrm{EAF} = \angle\mathrm{HAD} = 45^\circ$$

であり，また

$$\angle\mathrm{CAF} = \angle\mathrm{CAD}$$

である。さらに，

$$\mathrm{AE} = \frac{1}{2}\cdot\mathrm{AB} = 3$$

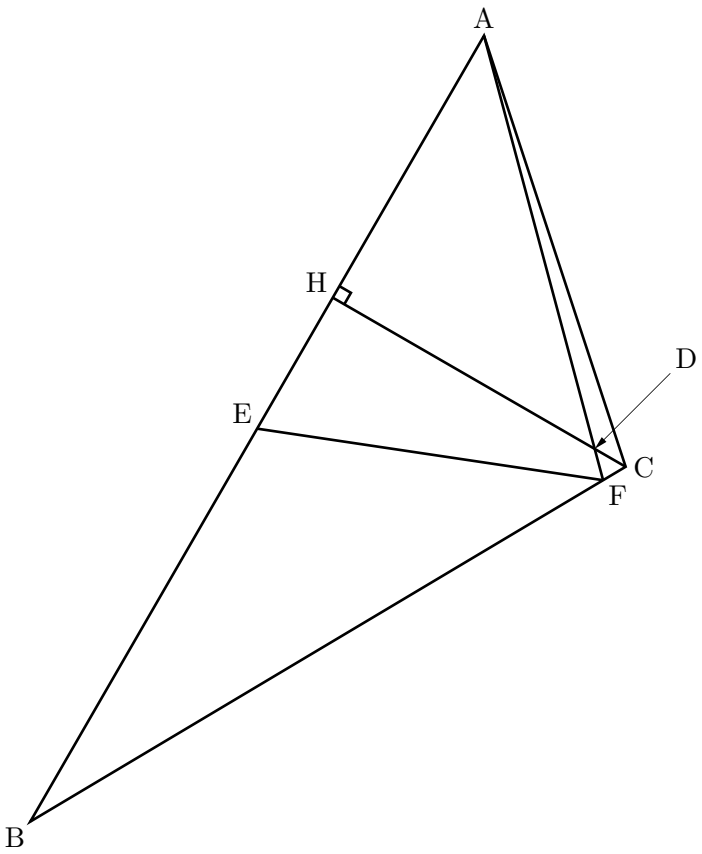
©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

である。したがって

$$\frac{\triangle\mathrm{ACF}\text{ の面積}}{\triangle\mathrm{AEF}\text{ の面積}} = \frac{3\cdot\sin\angle\mathrm{CAD}}{3\cdot\sin 45^\circ}$$

$$= \frac{3\cdot\dfrac{\sqrt{5}-2}{3\sqrt{2}}}{3\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-2}{3}$$



©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

2018年度 センター試験 本試験 数学I

作成日：2018年1月14日（日）

第4問　データの分析

出題範囲	データの分析
難易度	★★★☆☆
所要時間	10分
傾向と対策	例年通りの出題である。正解の選択肢が後半にあるので，前から検証して行く場合は意外と時間を取られる。

解説

(1) 1つずつ検証していくのがよい。

⓪ 範囲が一番大きいのは男子短距離の50である。よって×。

① 四分位範囲は12未満である。よって○。

② 男子長距離グループの中央値は176だが，度数最大の階級は180〜185である。よって×。

③ 女子長距離の第1四分位数は161だが，度数最大の階級は165〜169である。よって×。

④ 全ての選手の中で最も身長が高い選手は男子短距離の202である。よって×。

⑤ 全ての選手の中で最も身長が低い選手は女子短距離の145である。よって×。

⑥ 男子短距離グループの中央値と男子長距離グループの第3四分位数はともに180以上182未満である。よって○。

したがって，答えは①，⑥。

アイ	①⑥（順不同）

(2) これも1つずつ検証していくのがよいが，(a)，(b)，(c)，(d)が，それぞれ男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離のいずれに対応しているのかを考える必要がある。

(a)，(b)，(c)，(d)を見ると，Zの最大値が大きいのが(a)，(c)で，Zの最小値が小さいのが(b)，(d)である。

図3と照らし合わせて，(a)，(c)が男子，(b)，(d)が女子だと分かる。

最大値がl_4の直線上にあるのが，男子短距離なので，(a)が男子短距離で，(c)が男子長距離である。

(b)，(d)はZの最大値が明らかに異なるので，そこから(b)が女子短距離で，(d)が女子長距離であると判別できる。

ウエ	④⑤（順不同）

©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。

以下，選択肢を 1 つずつ検証していく。

⓪ X と W に負の相関はない。よって×。

① Z の中央値が一番大きいのは，(a) なので，男子短距離である。よって×。

② Z の範囲が最小なのは，(d) なので，女子長距離である。よって×。

③ Z の範囲が最小なのは，図の上では判別が難しいが，明らかに (a) ではないので，男子短距離ではない。よって×。

④ 女子長距離グループは (d) なので，すべての Z の値は 25 より小さい。よって○。

⑤ 男子長距離グループは (c) である。よって○。

したがって，答えは④，⑤。

(3) 相関係数は

$$\frac{(\text{X と W の共分散})}{(\text{X の標準偏差})(\text{W の標準偏差})}$$

と定義されるので，

$$\frac{0.754}{(0.200)(5.36)} = 7.0335\cdots$$

したがって，答えは②。

オ	2

(4) X の平均は身長の 2 乗の和の平均を 10000 で割ったものなので，X の平均の 10000 倍が身長の 2 乗の平均である。よって身長の 2 乗の平均は

27500

また，

$$((\text{身長})^2\text{の平均}) - (\text{身長の平均})^2 = (\text{身長の分散})$$

なので，

$$(\text{身長の分散}) = 27500 - 165.7^2 = \mathbf{43.51}$$

となる。

したがって，答えは⑦，②。

カ	7
キ	2

©Foresight Inc.
本サービス・コンテンツの知的財産権その他一切の権利は
株式会社フォーサイトに帰属し，無断転載・引用を禁止します。